

A investigação com tecnologia compreendida no olhar do professor de Matemática para a sua prática

Carolina Cordeiro Batista¹

Rosa Monteiro Paulo²

Resumo: Este artigo tem como objetivo explicitar como o trabalho de investigação com tecnologia é compreendido pelo professor de Matemática que se dispõe a analisar a experiência vivida nesse tipo de prática. Fundamentado na perspectiva do estudo de aula e em uma visão fenomenológica de constituição de conhecimento, discutimos com um grupo de professores os modos de trabalhar com o *software* GeoGebra conteúdos de Matemática com tarefas de investigação. Esses professores realizaram as tarefas com seus alunos e analisaram a experiência vivida. As discussões foram gravadas e transcritas, constituindo os dados de uma pesquisa de doutorado conduzida na abordagem qualitativa fenomenológica. Os resultados mostram que o professor compreende que: os alunos definem estratégias de investigação e mobilizam conhecimentos prévios; a tecnologia favorece a compreensão dos conteúdos e contribui para a expressão do que é visto no *software*; e a investigação realizada pelo discente subsidia a reorganização das ações do professor.

Palavras-chave: Educação Matemática. Estudo de Aula. Fenomenologia. Formação de Professores. GeoGebra.


The investigation with technology understood from the point of view of the Mathematics teacher for their practice


Abstract: This article aims to explain how a technology investigation work is understood by a mathematics teacher willing to analyze the lived experience within this type of practice. Based on the lesson study perspective and a phenomenological view of knowledge constitution, within a group of teachers we discussed ways of working mathematics content with investigation tasks and the GeoGebra software. The teachers performed the tasks with their students and analyzed their lived experience. The discussions were recorded and transcribed, constituting data for a doctorate research conducted under a phenomenological qualitative approach. The results show that teachers understand that: students define research strategies and mobilize previous knowledge; technology favors the understanding of content and contributes to the expression of what is seen in the software; and the investigation carried out by the students subsidizes the reorganization of the teachers' actions.

Keywords: Mathematics Education. Lesson Study. Phenomenology. Teacher Formation. GeoGebra.

Investigación con tecnología entendida desde la mirada del profesor de Matemáticas a su práctica docente

Resumen: Este artículo tiene como objetivo explicar cómo el trabajo de investigación con tecnología es entendido por el profesor de matemáticas que está dispuesto a analizar la experiencia vivida en este tipo de prácticas. Con base en la perspectiva de estudio de clase y en una visión fenomenológica de constitución del conocimiento,

¹ Universidade Estadual Paulista — Guaratinguetá (SP), Brasil. ✉ carolina.batista@unesp.br 
<https://orcid.org/0000-0002-0923-647X>.

² Universidade Estadual Paulista — Guaratinguetá (SP), Brasil. ✉ rosa.paulo@unesp.br 
<https://orcid.org/0000-0001-9494-0359>.

discutimos con un grupo de docentes formas de trabajar, con el software GeoGebra, contenidos matemáticos con tareas de investigación. Estos docentes realizaron las tareas con sus alumnos y analizaron la experiencia vivida. Las discusiones fueron grabadas y transcritas, constituyendo los datos de una investigación doctoral realizada en el enfoque cualitativo fenomenológico. Los resultados muestran que el docente comprende que: los estudiantes definen estrategias de investigación y movilizan conocimientos previos; la tecnología favorece la comprensión de los contenidos y contribuye a la expresión de lo visto en el software y la investigación que realiza el alumno subsidia la reorganización del accionar del docente.

Palabras clave: Educación Matemática. Estudio de Clases. Fenomenología. Formación de Profesores. GeoGebra.

1 Introdução

Neste texto, explicitam-se compreensões de professores de Matemática acerca de suas práticas quando se abriram a realizar investigação matemática com uma tecnologia — o *software* GeoGebra. A vivência foi com um grupo de professores que se dispôs a estar em formação continuada e possibilitou a constituição dos dados de uma pesquisa de doutorado. Nessa pesquisa, interrogou-se: “como o professor de Matemática se percebe sendo professor com tecnologia?”³

As ações no grupo foram orientadas por uma proposta de desenvolvimento profissional conhecida como estudo de aula. Essa proposta teve início no Japão, com a denominação *jugyokenkyuu* — *jugyo* referindo-se à aula e *kenkyuu* à pesquisa ou investigação — após o início do período conhecido como Revolução Meiji (1868-1912) (SOUZA; WROBEL e BALDIN, 2018). Posteriormente, tornou-se popular nos Estados Unidos, no final da década de 1990, logo após o lançamento do livro *The Teaching Gap: Best Ideas from the World’s Teachers for Improving Education in the Classroom* (STIGLER e HIEBERT, 1999). Depois, passou a ser desenvolvida em diversos outros países, inclusive no Brasil (BATISTA, 2017; RICHIT, PONTE e TOMKELSKI, 2019; SCHELLER e ZIMDARS, 2022). Nos Estados Unidos, foi nomeada pelo termo *lesson study*, frequentemente usado nos trabalhos que focam essa prática formativa. No entanto, o termo possui versões em vários idiomas, como estudo de aula, que é a versão em português (usada, principalmente, em Portugal) e que assumimos neste texto.

Nessa prática de formação, como salientam Richit e Ponte (2020), os

³ Este artigo é recorte de uma tese de doutorado defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp), *campus* de Rio Claro, escrita pela primeira autora e orientada pela segunda autora.

professores se reúnem em pequenos grupos para, de forma colaborativa, discutir ações que visem promover a aprendizagem dos alunos. Vale destacar que o termo *desenvolvimento profissional*, utilizado por Ponte (1998) ao tratar do estudo de aula, visa marcar a diferença com o processo tradicional de formação de professores, considerada no âmbito do curso de graduação (formação inicial). Segundo o autor, o desenvolvimento profissional marca a visão de um processo formativo que é contínuo, portanto, se dá ao longo da vida profissional.

O autor ainda pontua que a importância de tal processo está na complexidade da atuação docente. O professor exerce sua profissão em ambientes bastante variados e dele é exigido diferentes papéis: “educador, matemático, produtor de situações de aprendizagem, animador pedagógico, dinamizador de projetos, investigador, etc. Tem de saber usar uma variedade de recursos na concepção de situações de aprendizagem” (PONTE, 1994, p. 12). Para tanto, a mobilização de diversos saberes lhe é requerida e, para que seja possível contribuir com o seu desenvolvimento, é preciso conhecer a sua atuação e valorizar suas ações antes de propor mudanças.

O estudo de aula é, então, uma prática formativa em que o formador está junto ao professor, ouvindo-o falar sobre a sua prática, seus conhecimentos e anseios para, a partir deles, constituir saberes inerentes à docência. Trata-se, de modo mais específico, de uma prática de formação continuada que se organiza segundo quatro etapas: a definição, pelo grupo, de uma questão ou tema a ser discutido; o planejamento de uma ou mais aulas sobre o tema eleito; a condução da aula por um professor do grupo para seus alunos; e, na quarta etapa, a análise da experiência vivida com o grupo. Há ainda relatos de trabalhos que envolvem mais uma etapa, a do replanejamento da aula, a partir dos conhecimentos constituídos no momento de análise, bem como sua realização com outra turma de alunos (RICHIT, PONTE e TOMKELSKI, 2019).

Cabe ressaltar que, na análise e discussão da aula ministrada pelo professor, o foco é a aprendizagem do aluno (SCHELLER e ZIMDARS, 2022), isto é, considera-se o tipo de raciocínio que os estudantes empregam para realizar as tarefas propostas pelo professor, as dificuldades expressas ou as que os docentes identificam, as estratégias mais frequentes, etc.

A aula ministrada por um dos professores é acompanhada pelos demais

integrantes do grupo e é filmada para, a partir de alguns recortes, ter um vídeo da experiência vivida, que será analisado e discutido para que novas ações sejam planejadas. Os destaques da filmagem da aula, que resulta no vídeo que o grupo assiste, são feitos pelo formador, considerando as ações dos alunos.

Na discussão da aula, após assistir ao vídeo, o professor, que conduziu a aula com sua turma, ouve o ponto de vista dos colegas que, ao observarem a forma pela qual os alunos responderam às tarefas (LEWIS e PERRY, 2015), buscam compreender quais foram as aprendizagens da experiência que podem contribuir para o aperfeiçoamento de suas práticas. Nessa etapa, o grupo se engaja, interpretando a experiência vivida e buscando modos de aprimorar suas próximas ações junto aos seus alunos (LEWIS *et al.*, 2019). Esse é, de modo geral, o processo de formação vivido no contexto do estudo de aula.

Um dos aspectos favoráveis do estudo de aula é a possibilidade de os professores poderem se dedicar ao planejamento e à realização de tipos diferenciados de tarefas, como as de investigação (RICHIT e PONTE, 2020) ou de investigação com tecnologias, conforme discutido na pesquisa que subsidia este texto (BATISTA, 2021). Além disso, ao se voltar para a própria prática refletindo sobre a experiência vivida, em um ambiente de colaboração cujo foco era as ações do aluno, o professor expõe sua compreensão acerca do modo de realizar tarefas nas aulas de Matemática por meio de investigação.

O ensino de Matemática com investigação e tecnologias tem se destacado em pesquisas recentes (PINHEIRO e DETONI, 2018; PONTE, BROCARDI e OLIVEIRA, 2016; WICHNOSKI, 2020), que mostram a variedade dos caminhos e a profundidade da temática. Entendemos que uma discussão sobre o trabalho de investigação com tecnologia, em um contexto de formação de professores com estudo de aula, é relevante para a compreensão das possibilidades que se abrem para ensinar e aprender Matemática.

Neste texto — orientando-nos pela pergunta: *como o trabalho de investigação com tecnologia é compreendido pelo professor de matemática que se dispõe a analisar a experiência vivida nesse tipo de prática?* —, temos como objetivo explicitar os modos pelos quais as ações realizadas em uma aula de investigação com tecnologia, mais especificamente com o *software* GeoGebra, fazem sentido para o professor. Tal *sentido* revela o movimento de voltar-se para a própria prática,

buscando compreender aquilo que se mostra.

Na continuidade deste texto, apresentamos o modo pelo qual estamos considerando a constituição de conhecimento do aluno quando ele realiza investigação com tecnologias. Vamos, também, expor a postura assumida na pesquisa e, de modo mais detalhado, os procedimentos para a produção dos dados cuja análise permitiu entender o que se interrogava. Para que isso faça sentido ao leitor, optamos por trazer um recorte da experiência vivida referente às discussões do grupo quando analisavam uma aula em que conteúdos de Geometria Analítica estavam sendo trabalhados com os alunos.

Pesquisas recentes apontam que a realização de práticas para ensinar Geometria Analítica na Educação Básica com o *software* GeoGebra podem trazer resultados positivos para a aprendizagem matemática, como: a organização de ideias pelos alunos; o levantamento de conjecturas e a análise das soluções apresentadas; a identificação de erros; além de favorecer um ambiente de diálogo em que os discentes se dispõem a auxiliarem os outros diante das dificuldades que surgem (DOMINGUES *et al.*, 2021). Neste texto, também discutiremos alguns aspectos positivos desse trabalho, visando atender ao objetivo proposto.

2 Investigação com tecnologias e constituição de conhecimento

A postura que assumimos na condução de nossas pesquisas é a fenomenológica. Isso indica que nosso interesse é destacar as ações para dar conta delas. “Esse ‘dar conta’ requer que seja colocada em foco a experiência vivida pelo pesquisador [ao estar com os participantes de sua pesquisa] [...] pelo professor, ao estar com seus alunos e a Matemática, num processo de ensinar e aprender” (BICUDO, 2010, p. 214, acréscimo nosso).

Logo, na pesquisa que subsidia a escrita deste texto, considerando a interrogação que a orienta — como o professor de Matemática se percebe sendo professor com tecnologia? — voltamo-nos para o docente quando ele se dispõe a ser professor com tecnologias. Ou seja, olhamos para as “possibilidades de o sujeito vivente se atualizar [de modo que a tecnologia seja] [...] o meio pelo qual o ‘eu’ se desvela ao mostrar-se” (ROSA e BICUDO, 2018, p. 26, acréscimo nosso).

Assim entendida, a tecnologia não é uma simples ferramenta, utensílio ou recurso que auxilia o professor (ou o aluno) em sua tarefa de ensinar (ou aprender)

como um giz que auxilia a escrita na lousa e que pode ser facilmente substituído por outro recurso. Ser professor com tecnologias indica que ela se torna parte do processo de ensinar: é o meio pelo qual o ensino se realiza. Ser “o meio pelo qual” significa compreendê-la segundo o que, por meio dela, revela-se como possibilidade para realizar investigação e para a interação. Ou seja, considerando determinada tecnologia, por exemplo, o *software* GeoGebra, como “recurso” para o ensino, há de se questionar em que consiste o seu “uso” ou como o modo de “ser” desse recurso é relevante para o ensinar.

Para abrir essa questão, vamos nos valer de uma metáfora trazida por Heidegger (1998) ao considerar um par de sapatos de camponês, mais especificamente, o retratado na obra de Van Gogh. Considerando essa obra, Heidegger (1998) nos convida ao seguinte exercício: o que é um par de sapatos senão apenas um utensílio? Mas esse “apenas” diz do ser-utensílio desse par de sapatos para o camponês que os usa? Para levar-nos a pensar sobre essa questão o autor afirma que, enquanto considerarmos um par de sapatos qualquer ou o par de sapatos retratado em um quadro, que lá está vazio e sem uso, nada podemos compreender do ser-utensílio desse par de sapatos. No entanto, se “da abertura escura do interior deformado do calçado, a fadiga dos passos do trabalho olha-nos fixamente” (HEIDEGGER, 1998, p. 29) poderemos compreender a luta do campo. Mas, certamente, para uma camponesa que trabalha no campo e anda com esses sapatos, outro sentido se abre.

Todas as vezes que a camponesa, já noite dentro, põe de lado, no seu cansaço dorido, mas são, os sapatos e, estando ainda escura a madrugada, os volta logo a tomar para si, ou quando, nos dias de descanso, passa junto deles, ela sabe tudo isso sem quaisquer considerações ou observações. É certo que o ser-utensílio do utensílio reside nessa serventia. Porém, esta serventia ela mesma repousa na plenitude de um ser essencial do utensílio (HEIDEGGER, 1998, p. 29).

Esse ser essencial do utensílio é o que desejamos expressar quando dizemos que as tecnologias não devem ser consideradas como “simples” recurso que “auxilia” o trabalho do professor. A sua serventia, seu ser essencial, faz sentido e se mostra na vivência, nos modos pelos quais a interação é possibilitada. Ser professor com tecnologias é dar-se conta de que esta faz parte do processo de constituição de conhecimento, está presente no ato de pensar, modifica as ações, orienta a proposta didático-pedagógica e exige uma mudança na própria concepção de ensinar e

aprender.

Com a tecnologia, abre-se a possibilidade de criar, de imaginar, de saber fazer com ela, revelando certo modo de agir, de se perceber fazendo e refletindo sobre o que é feito, construindo conhecimento enquanto se constitui como professor (ROSA e BICUDO, 2018). Para esses autores, pensar e saber fazer com a tecnologia requer assumir uma postura em que a tendência de reproduzir com o computador tarefas que poderiam ser desenvolvidas de outro modo — no papel, com materiais manipulativos, etc. — torne-se cada vez mais distante do trabalho do professor.

A investigação matemática é uma possibilidade de ensinar e aprender com tecnologias, pois ao considerarmos um *software* de Geometria Dinâmica, por exemplo, pode-se viver o movimento das construções geométricas explorando a forma pela qual os objetos vão se configurando e desconfigurando na tela do computador com a exploração realizada com o *software* (PINHEIRO e DETONI, 2018). Esse movimento ou as ações da pessoa envolvem a construção e percepção dos objetos que são arrastados e tornam visíveis as características que são (ou não) mantidas com o movimento (PINHEIRO; BICUDO e DETONI, 2019), dando abertura para realizar a análise e exploração de propriedades geométricas.

Ainda, utilizar uma tecnologia como o *software* GeoGebra, a pessoa pode realizar determinadas “operações que desencadeia[m] [...] ações que podem provocar um querer avançar, podem aflorar [...] a curiosidade, a vontade de clicar, de mover, de estender-se ao que a interface lhe mostra” (PINHEIRO; BICUDO e DETONI, 2019, p. 269). Essa disposição para querer avançar ou ter curiosidade para explorar o que se mostra na tela do computador é característica da atividade investigativa que, de acordo com Ponte (2003, p. 21), “pressupõe, sobretudo uma atitude, uma vontade de perceber, uma capacidade para interrogar, uma disponibilidade para ver as coisas de outro modo e para pôr em causa aquilo que parecia certo”.

Entendemos que a disposição do aluno é o que vai efetivar a investigação, pois, ao estar com o *software*, ele pode explorar o movimento e realizar operações que possibilitem compreender as relações. Ao professor cabe a proposição das tarefas que oportunizem esse fazer do discente, estando junto a ele, ouvindo-o e colaborando para que as ações investigativas se concretizem.

Se, como Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 13), considerarmos que “investigar é procurar conhecer o que não se sabe”, na sala de aula a investigação

pode levar os alunos a formular e testar conjecturas, mobilizando conhecimentos para compreender novos conceitos, representações e procedimentos matemáticos (PONTE e QUARESMA, 2015). Obviamente, esse não é um trabalho imediato, deve-se ir caminhando com tarefas que encorajem o levantamento de hipóteses e a argumentação e, desse modo, seguir para a demonstração das conjecturas elaboradas.

Assim entendida, a investigação é uma “atividade que está no cerne da produção do conhecimento em Matemática e que, em contextos de ensino e aprendizagem, possui relações com o fazer Matemática por meio de tarefas abertas, situadas em contextos variados” (WICHNOSKI, 2020, p. 608).

Para Ponte, Quaresma e Branco (2017), as tecnologias favoreceram a realização de tarefas desse tipo por permitirem que sejam simuladas situações complexas que não seriam feitas de outro modo. No fazer investigativo, à medida que o aluno se envolve com as tarefas, o seu pensamento avança com a construção de estratégias, o levantamento de hipóteses, o teste de conjecturas, etc., e a apropriação desse avanço se dá pela expressão (DETONI, 2000).

Cabe esclarecer que quando nos referimos à expressão do aluno, entendemos que ela pode se dar de diversas maneiras, como pela fala, para descrever o que é visto na tela do computador ou questionar o professor para esclarecer suas dúvidas; por meio da resposta que dá para uma pergunta; ao compartilhar uma dúvida ou um erro; ao explicar uma estratégia de resolução para o colega; dentre tantas outras possibilidades.

Além da fala, os gestos também são formas expressivas relevantes, pois ajudam a expor uma construção feita no *software* ou tornar visível o movimento realizado. O silêncio é outra forma expressiva que pode revelar a atenção do aluno à explicação do professor; ao que o colega diz; às ações que se desenvolvem na dinâmica de sala de aula; dentre outros aspectos. Tal qual entendemos, a fala, o gesto ou o silêncio são modos de o aluno se expressar (BATISTA, 2017) e que dão ao professor a possibilidade de ver o que ele compreende ou quais são suas dificuldades.

No entanto, é importante considerar que o expresso não pode ser olhado de modo individual, o que significa que, embora se tenha a fala de um aluno, ele faz parte de uma turma, dentro de uma escola, é pertencente a uma comunidade, o que indica que cada um dos alunos está

se movendo num todo. Esse todo é aberto: aberto ao outro, aberto aos pré-conhecimentos do mundo cultural de cada um, aberto a todas as experiências passadas que se retomam como propensão, na chegada do outro e suas ofertas de significados autênticos compreendidos como coerentemente possíveis nesse todo (DETONI, 2000, p. 74).

A expressão do aluno pressupõe uma abertura ao outro — professor e colega — traz indícios de conhecimentos prévios e de experiências vividas, indica o que lhe faz sentido a partir de suas compreensões de mundo, de seus modos de pensar. Mas, como é aberto ao outro, permite o diálogo e novos significados, transformando o que parecia familiar, possibilitando outras compreensões. Desse modo, “as compreensões individuais se ampliam e estabelece-se um campo onde a intersubjetividade permite a construção do mundo objetivo, que é compreensível a todos que o coabitam, e o tornam familiar, cotidiano” (PAULO, 2001, p. 278).

Isso significa que as compreensões subjetivas que se dão na análise e exploração de cada um dos alunos são expressas e se articulam no diálogo com o outro, constituindo um processo intersubjetivo. Nesse processo, há um movimento em busca do que é comum ao grupo, o que se entende como um caminhar para a objetividade. Logo, nas ações de pensar, fazer, refazer, dialogar, expressar, instaura-se um movimento de constituição de conhecimento da pessoa que faz a exploração e, na articulação entre as diferentes compreensões, procura-se uma expressão que dê conta do vivido no coletivo (ROSA e BICUDO, 2018).

Cabe ressaltar que, no diálogo, os alunos, juntamente ao professor, vão movimentando estilos de fala comuns ao ambiente que compartilham, nos quais estão implícitos tipos de sons, formas de falar, dicções, etc. Na busca por um modo de expressão compreensível ao grupo, os significados se mostram cada vez mais comuns e a comunicação torna-se mais completa e objetiva (DETONI, 2000). Assim, mais do que uma abertura à comunicação, a expressão que se articula em um contexto de diálogo possibilita que professor e alunos possam pensar juntos e constituir conhecimento (SANTOS, 2013).

Entretanto, para compreender o modo pelo qual se dá a construção subjetiva, a dinâmica que se estabelece na aula com o *software* e o processo de constituição de conhecimento, desenvolvendo ações que possam favorecer o pensar junto, o professor também precisa se abrir para as diversas falas e gestos, buscando entender as diferenças, isto é, aprender a escutar seu grupo, pois “se de um lado temos o aluno buscando novos saberes, do outro deveríamos ter o professor que investiga, observa,

escuta, propõe situações problemas, intervém e organiza o espaço para que a aprendizagem se concretize” (CERQUEIRA, 2006, p. 32).

Para nós, o cenário de investigação com tecnologia favorece o movimento de constituição de conhecimento, pois nele se assume uma atitude colaborativa, de abertura para se pensar junto ao outro e escutar o que é expresso. Essa postura também se mostra no processo formativo do estudo de aula em que o grupo, ao se dispor a olhar para as ações de seus alunos, compreende o seu próprio fazer.

Na continuidade do texto, será exposto como esses aspectos foram mostrados e compreendidos na experiência vivida com o grupo.

3 Metodologia e procedimentos

Conforme anunciamos, a postura de investigação que assumimos é a fenomenológica, uma corrente filosófica, mas também uma abordagem de pesquisa qualitativa. De acordo com Bicudo (2020, p. 113), nas pesquisas qualitativas, “privilegiam-se descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas abertas a questionários, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e outros procedimentos que deem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais, de acontecimentos, etc.”. Isto é, dados que englobam sensações, opiniões e outros aspectos subjetivos que falam do humano, sem se prender a quantificadores, mensuração ou métodos definidos *a priori*. Desse modo, o compreendido na pesquisa qualitativa não tem pretensão de ser universal ou mesmo transferido para contextos diferentes.

A postura fenomenológica assumida na pesquisa indica, também, que o pesquisador “não vai ter princípios explicativos, teorias ou qualquer indicação definitiva do fenômeno *a priori*; ele vai iniciar o seu trabalho interrogando [o] fenômeno” (MARTINS; BOEMER e FERRAZ, 1990, p. 40), descrevendo a experiência vivida tal qual ela se mostra e, analisando isso, expor sua interpretação. Porém, dizer que não há princípios explicativos não significa dizer que não se considere teorias, apenas se diz que estas contribuem para compreender a região de inquérito — ou o solo no qual a pesquisa é desenvolvida — e não para justificar ou explicar o que se busca compreender.

Em nossa pesquisa, interrogando como o professor de Matemática se percebe sendo professor com tecnologia, consideramos os modos pelos quais o professor de

Matemática que se dispôs a ensinar com uma tecnologia específica, o *software* GeoGebra, se dá conta de seu modo de ser professor.

Diante disso, que a nós era significativo, que três professores de Matemática de uma escola da rede pública estadual de um município do interior paulista foram convidados a constituir o grupo que participou da pesquisa. Após aceitarem, os docentes se reuniram semanalmente na escola e a pesquisadora-formadora estava junto a eles quinzenalmente. Os encontros destinados ao estudo de aula ocorreram durante um período de um ano e meio (do início do 2º semestre de 2018 ao final do 2º semestre de 2019), caracterizando um processo formativo e não um curso.

Seguindo esse modelo formativo, os três professores de Matemática — cujos codinomes são Euclides, Leonardo e Luciana — planejaram, desenvolveram e discutiram aulas com seis temas contemplando diferentes conteúdos matemáticos e tarefas de investigação. A escolha dos temas foi feita a partir de necessidades sentidas por eles ao olhar o dia a dia de suas ações. Assim, ora as tarefas eram planejadas para uma recuperação, considerando as dificuldades que identificavam nas avaliações, ora visavam trabalhar o conteúdo previsto para o bimestre em andamento. Esses professores lecionavam para turmas do 1º ao 3º ano do Ensino Médio (faixa etária de 15 a 18 anos) de modo que os conteúdos eleitos para o trabalho com o *software* foram para esses estudantes.

A opção pelo *software* GeoGebra deu-se em decorrência da familiaridade desses professores com o aplicativo, uma vez que já haviam participado de cursos de formação continuada estudando as possibilidades de desenvolvimento de tarefas de Matemática em uma perspectiva de investigação com o *software*.

Quanto ao estudo de aula, apenas a professora Luciana possuía experiência com ações desenvolvidas nessa perspectiva, pois havia participado de um curso oferecido para a produção dos dados de uma pesquisa de mestrado (BATISTA, 2017). Por esse motivo, ao longo dos encontros, os professores também se dispuseram a ler e discutir textos que abordavam essa proposta formativa, a fim de conhecê-la.

Quando os professores foram para o laboratório de informática com seus alunos, as telas dos computadores em que faziam explorações no GeoGebra foram gravadas com o *software* *aTube Catcher* (que pode ser baixado pelo endereço eletrônico: <https://www.atube.me/pt-br/>). Esse *software* é gratuito e já se encontrava instalado nos computadores da escola.

Conforme já mencionado, após as aulas, a pesquisadora-formadora fazia recortes dessas gravações produzindo um vídeo que seria assistido com o grupo no encontro de discussão da aula. Para fazer os recortes eram considerados aspectos do fazer do aluno que instigassem o olhar dos professores. Os encontros de discussão foram gravados em vídeo; as gravações foram transcritas para descrever a experiência vivida e para a interpretação do que se revelava à pesquisadora.

Parte dessa interpretação trazemos na próxima seção deste texto, considerando as conversas dos professores enquanto eles assistiam a uma aula desenvolvida pelo professor Euclides, cujo tema era “Geometria Analítica: distância e alinhamento de pontos” (título atribuído pelos professores).

O planejamento da referida aula deu-se no decorrer do mês de março de 2019. O professor Euclides foi eleito pelo grupo⁴ para trabalhar o tema com suas duas turmas de 3º ano do Ensino Médio — turmas A e B — no dia 1º de abril. O encontro para a análise e discussão da experiência vivida nessas aulas ocorreu no dia 18 de abril.

Nas aulas, a tarefa foi dividida em três partes que deveriam ser feitas mediante práticas de investigação com o *software* GeoGebra. Na primeira parte, os alunos deveriam criar os pontos: $A = (2,0)$; $B = (5,0)$; $C = (-1,0)$; $D = (-4,0)$; $E = (0,2)$; $F = (0,4)$ e $G = (0,-2)$, localizados sobre os eixos coordenados (com mesma coordenada para x ou para y) e determinar a distância entre eles. Na segunda parte, eles deveriam determinar a distância entre pontos com coordenadas de x e y distintas. Para isso, os pontos sugeridos pelo professor foram $H = (3,2)$ e $I = (6,4)$. Na última parte da tarefa, pedia-se que eles indicassem, mediante uma justificativa, se três pontos dados — A , B e C — estavam ou não alinhados.

Os pontos A e B tinham as mesmas coordenadas de H e I , e o terceiro ponto era $C = (8,5)$. Embora os alunos já conhecessem a fórmula da distância entre dois pontos, eles foram incentivados a procurar estratégias para responder ao solicitado sem recorrer à fórmula.

Na próxima seção trazemos algumas das discussões suscitadas por essa aula.

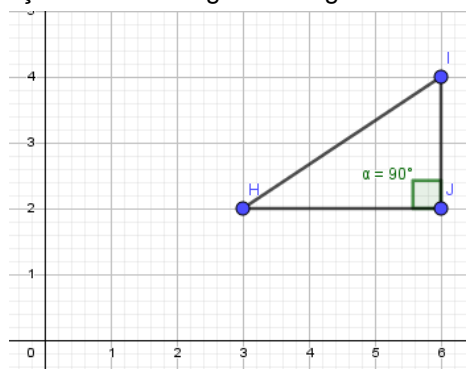
⁴ Essa “escolha” do professor considerava diferentes aspectos. Neste caso, o professor Euclides foi eleito por ter declarado a dificuldade de suas turmas para compreender o tema em discussão. O grupo considerou que estar com os alunos realizando essa tarefa investigativa no GeoGebra seria uma oportunidade de os discentes se expressarem e o professor conhecer mais diretamente o que ainda não lhes estava claro.

4 Compreensões que se destacam nos diálogos dos professores

Nas discussões sobre a aula, diversos aspectos foram destacados pelos professores, como: a disposição dos alunos para a atividade investigativa; as estratégias mobilizadas; a maneira pela qual os professores compreenderam o seu raciocínio; os modos de o *software* favorecer a compreensão do conteúdo; dentre outros.

Inicialmente, foi feito um destaque acerca de um trecho do vídeo em que dois alunos aproveitaram o acesso à internet para pesquisar sobre o Teorema de Pitágoras, ao invés de solicitar o auxílio do professor⁵. Eles buscavam determinar a distância entre os pontos H(3,2) e I(6,4). Para isso, criaram um terceiro ponto, J(6,2), de modo que H, I e J fossem vértices de um triângulo retângulo (eles assim o identificaram).

Figura 1: Construção de um triângulo retângulo com vértices em H, I e J



Fonte: Elaborado por um aluno.

Eles já haviam feito a parte da tarefa que solicitava a determinação da distância entre pontos que possuíam a mesma coordenada para x ou para y. Com isso, determinaram as distâncias entre J e H e J e I — que passaram a ser os catetos do triângulo retângulo construído — e viram que poderiam recorrer ao Teorema de Pitágoras para determinar a distância HI, hipotenusa do triângulo retângulo.

A professora Luciana, ao perceber a riqueza da estratégia utilizada pela dupla para encontrar uma solução, destacou:

É o que a gente estava falando, dentro da sala de aula eles não iam fazer isso [pesquisa no site]. Porque às vezes eles têm dúvida e deixam passar. Ali [laboratório de informática] eles tiveram esse cuidado. De pesquisar, de olhar, ver, comparar o que eles estão trabalhando. Eu

⁵ O vídeo assistido pelos professores traz imagens dos alunos que não temos autorização para divulgar. Esse vídeo subsidiou a análise dos docentes. Reproduzimos, para dar sentido ao texto, a construção da Figura 1, como vista na gravação da tela do computador em que um dos alunos realizava a tarefa.

acho que já é um passo. Um passo para frente ali (LUCIANA, 2019).

Nesse recorte, dois aspectos mostraram-se relevantes. O primeiro é relativo à surpresa da professora ao perceber que o aluno estava acessando à internet para pesquisar assuntos relativos ao conteúdo da aula. Conforme apontou, essa não é uma atitude comum à atividade do aluno. O segundo aspecto refere-se à atitude do estudante que, ao estar com a tecnologia em um contexto envolvendo tarefas abertas, identificou que poderia recorrer a estratégias diversas para solucioná-las. Nesse caso, viu que poderia construir suas próprias estratégias de solução, sanando sua dúvida (ou conferindo uma hipótese) por meio de uma busca na internet, ao invés de recorrer ao professor, o que também não é uma atitude comum em sala de aula.

Essa atitude do aluno dá indícios de um papel ativo, importante no trabalho com investigação, que é compreendido por meio dos gestos oriundos do querer avançar (PINHEIRO; BICUDO e DETONI, 2019) na atividade investigativa, no querer voltar-se para a tela do computador, realizar pesquisas na internet, interpretar o que encontra, estabelecer comparações entre o que vê e a sua construção, etc.

A atitude do discente anuncia um gesto de intenção e o professor entende o que eles “dizem”, pois o sentido do gesto “se confunde com a estrutura do mundo que o gesto desenha e que por minha conta eu retomo, ele se expõe no próprio gesto” (MERLEAU-PONTY, 1999, p. 253). No grupo, o sentido do gesto do aluno foi sendo retomado no ato do professor de voltar-se para a experiência vivida, dispondo-se a escutar o estudante, a compreender o que ele fazia e porque havia feito tal escolha.

Os gestos mostraram que o desafio de não usar a fórmula da distância foi aceito. Os alunos se dispuseram a interpretar a tarefa e, como não tinham de imediato uma forma de resolver o proposto, mobilizaram conhecimentos para construir novos conceitos (PONTE e QUARESMA, 2015). A constituição do conhecimento do aluno não está em “saber de cor” o Teorema de Pitágoras, mas em lançar mão do conhecido para construir uma estratégia que ajude a encontrar a solução para a tarefa. Luciana enfatizou a importância das tarefas de investigação para o avanço do aluno, permitindo-lhes significar o já conhecido.

Eu acho interessante essa aula investigativa no GeoGebra, eu acho bem legal. Dá para gente pensar nisso, num primeiro momento, para que eles [alunos] mobilizem o conhecimento prévio deles. Para que eles mostrem o que eles já sabem, ou vão atrás do que ainda estão em dúvida. Eu acho que é interessante sim (LUCIANA, 2019).

O professor Euclides, ouvindo a professora, lembrou-se que, no início da aula, eles achavam que o problema não poderia ser resolvido sem a fórmula da distância entre dois pontos. Ele chamou a atenção para a fala inicial da dupla: “Você viu que eles perguntaram: cadê a fórmula? Não dá para fazer sem a fórmula!”. Porém, interpretou Euclides, eles superaram essa preocupação inicial e se lançaram à busca, à investigação, dispondo-se a aprender com as tecnologias — o GeoGebra e a internet.

Para nós, essa atitude dos alunos também mostrou a disposição para ver as coisas de outro modo, conforme destaca Ponte (2003). O que foi expresso pelo professor Euclides indica que ele entende essa disposição do estudante ao perceber que a construção feita no GeoGebra o leva a interpretar o que deve fazer para determinar a distância entre os dois pontos.

Ao considerarem como os alunos se envolviam e faziam as investigações com o *software*, os professores levantaram algumas possibilidades para a continuidade do trabalho com o tema. No diálogo, eles afirmaram que seria importante, na aula, retomar a dupla para fechar o ciclo investigativo: conjectura-teste-demonstração (PONTE; BROCARDI e OLIVEIRA, 2016). Essa estratégia, segundo interpretaram, seria interessante para que os alunos compreendessem que a fórmula da distância entre dois pontos é deduzida desse procedimento que a dupla adotou, isto é, teriam a possibilidade de fazer uma dedução da fórmula retomando o Teorema de Pitágoras.

Ainda, voltando-se para a atitude do aluno, o professor Leonardo percebeu que com o *software* eles fizeram associações entre a construção geométrica (que se mostrava na janela de visualização) e os aspectos algébricos (medidas dos segmentos, coordenadas dos pontos, etc.). Analisando o que se mostrava na janela de álgebra do *software*, ele chamou a atenção dos colegas:

Quando eles começaram a ligar os segmentos [...], eles perceberam que aqui [janela de álgebra] além de sair o nome, também sai o valor do segmento sem precisar medir [...] aí que eles começaram a associar as duas janelas [de álgebra e de visualização]. Até aí eles não associavam (LEONARDO, 2019).

Leonardo considerou que, com o *software*, pode-se explorar distintos modos de representação dos objetos matemáticos (PONTE e QUARESMA, 2015) e identificou que os alunos, ao se disporem a explorar, viram essa possibilidade e buscaram criar suas estratégias. Nessa compreensão, considerando que “as

representações matemáticas têm uma estreita ligação com o raciocínio e desempenham um papel fundamental em Matemática” (PONTE e QUARESMA, 2017, p. 282), entendemos que a articulação entre modos de representação diversos — algébricos e geométricos —, favorecida pelo *software*, fez o aluno avançar na construção do raciocínio para a solução da tarefa. Os professores consideraram que essas articulações eram relevantes para a constituição do conhecimento dos discentes e que seria importante, também, retomá-las em suas aulas.

Ademais, situações como essa mostram que, ao estar em contato com a tecnologia, mesmo conhecimentos já familiares aos professores podem adquirir novos significados, abrindo novas possibilidades para ensinar. Na discussão da atitude dos alunos, foram identificadas a abertura para investigar o que ocorre ao se fazer mudanças nas coordenadas dos pontos ou nas medidas dos segmentos, movendo partes da construção.

Os diálogos no grupo mostraram que, para o professor, o *software* não é somente uma ferramenta para construir figuras e realizar medidas. Dispondo-se a realizar uma tarefa investigativa no GeoGebra, eles viram que a tecnologia permite o pensar-com destacado por Rosa e Bicudo (2018). Ou seja, a configuração geométrica que dá o triângulo visível na tela do computador faz pensar no Teorema de Pitágoras; e as informações da janela de álgebra fazem sentido ao serem associadas aos objetos construídos na janela de visualização.

Desse modo, a tecnologia começa a fazer parte do pensar do aluno, que se coloca em movimento, permitindo o avanço na constituição do conhecimento matemático. Nas suas ações, o pensar se expressa trazendo o que está presente, entregando “o que é vigente. [...] O vigente é o que dura — o que vige a partir e no âmbito do descobrimento” (HEIDEGGER, 2002, p. 122-123). O pensar-com a tecnologia foi um aspecto que destacamos com o grupo, considerando os diálogos anteriormente apontados e discutindo a atividade do aluno quando procura “descobrir” o que a ele se mostra.

Esse modo de compreender a tecnologia ficou explícito na fala do professor Leonardo, que observou uma dupla de alunos verificando a condição de alinhamento dos pontos A, B e C (terceira parte da tarefa), tentando construir uma reta.

Porque no GeoGebra você tem isso, eu falo para os alunos, quando eu levo eles lá [laboratório de informática], por exemplo, para você criar uma reta, na hora que você coloca lá [ferramenta

reta], ele vai mostrar o que você precisa para criar uma reta: dois pontos [...]. Se você clica num ponto, ele vai dar uma reta e conforme você fica girando o mouse, ele vai ficar procurando, esperando você dar o segundo ponto, para entender que só vai passar uma reta por dois pontos [...]. Quer dizer ele [software] fica procurando, você fica “dançando” com o mouse, a partir do momento que você fez um ponto, onde você vai definir o segundo [ponto] para ele definir a reta? E o aluno fica: “Por que está acontecendo isso?”. Então, o próprio GeoGebra mostra as propriedades, faz ele enxergar (LEONARDO, 2019).

A afirmação “você fica dançando com o mouse” nos dá possibilidade de interpretar que o professor considera que o pensar-com o *software* vai se dando à medida que o aluno se familiariza com ele, enquanto realiza ações que são vividas no corpo-próprio. Você se coloca na atividade: dança com o mouse. Esse tipo de afirmação nos leva a interpretar o hábito, conforme destacado por Merleau-Ponty (1999, p. 199), como algo que “exprime o poder que temos de dilatar nosso ser no mundo ou de mudar de existência anexando a nós novos instrumentos”, e não apenas como um “conhecimento automático”. Conforme esse autor, “habituar-se a um chapéu, a um automóvel ou a uma bengala é instalar-se neles ou, inversamente, fazê-los participar do caráter volumoso de nosso corpo”.

Para nós, é desse modo que o papel do *software* se revela na atividade investigativa para o professor: há um modo de o aluno se instalar no software que o faz participar da atividade, seu corpo, isto é, seus gestos, seu pensar, estão juntos nessa disposição.

No “dançar com o mouse”, arrastando objetos que desenham certa configuração na tela do *software*, a visualização de propriedades geométricas foi favorecida, tornando possível a constituição de conhecimento. O professor viu que a dupla entendeu que são necessários dois pontos para determinar uma reta e o terceiro (ponto C) não necessariamente fazia parte dessa reta traçada por AB; os três pontos dados não estavam alinhados.

Compreendendo a tecnologia como parte desse movimento de constituição de conhecimento do aluno, falamos em pensar-com a tecnologia como um modo de se perceber com o *software*, ao mesmo tempo que o conhecimento é produzido ao estar com o mundo e com as outras pessoas (ROSA e BICUDO, 2018).

Portanto, ao se voltar para a atividade do aluno com o GeoGebra, aspectos relativos às interações estabelecidas com os colegas que compartilham as mesmas experiências também começaram a chamar a atenção dos docentes. Euclides salientou:

Você sai da sala de aula, no caso lá [laboratório de informática] e você pensa: “será que todo mundo aprendeu?”. Porque, às vezes, a gente tem aula na sala [de aula] e você desvia um pouquinho e quando vai ver eles já estão em outro foco. Mas ali [com o GeoGebra] eu senti que eles se envolveram. Você vê pela discussão deles [alunos] no vídeo, eles ficaram lá [dizendo]: “é por causa daquilo e disso...” e foram fazendo. Então houve um envolvimento, eu achei positivo, é interessante esse retorno [do vídeo] (EUCLIDES, 2019).

O professor, por meio do diálogo dos alunos, entendeu que eles se envolveram com as tarefas propostas, compreendendo o que estavam fazendo, mostrando-se dispostos, abertos ao que faziam. Essa abertura foi favorecida pela investigação realizada junto ao *software*, explorando possibilidades para as construções.

A expressão possibilitou que o professor percebesse como o estudante compreendia os conteúdos, pois ele expôs seu raciocínio e articulou o pensado. Aquilo que é expresso é para si e para o outro colega com quem busca estratégias para resolver a tarefa. Aspecto importante, pois a abertura ao outro permite que o compreendido na subjetividade torne-se objeto de diálogo, de argumentação e seja articulado na intersubjetividade. Compartilhando informações com o outro, buscando por algo que lhes seja comum e permita compreender o que é visto na tela do computador, o diálogo se encaminha para uma linguagem comum, para um dizer que se aproxime cada vez mais de algo objetivo (PAULO, 2001; DETONI, 2000). Assim, mesmo que na exploração a linguagem matemática não seja constituída pelos alunos, sua compreensão é favorecida.

Este é outro aspecto importante para o professor: voltar-se para o que é expresso pelo aluno enquanto o docente realiza sua atividade investigativa com o *software* para identificar as possibilidades que tem para orientar ou para reorganizar as ações planejadas para a aula, dando continuidade à articulação dos saberes que são constituídos nesse processo investigativo. Novamente, mostra-se o olhar do professor que avalia o envolvimento do aluno e sua compreensão. A disposição para ouvir o expresso pode, ainda, dar abertura para o diálogo e convergir para novos significados (SANTOS, 2013), caminhando para a constituição de conhecimento matemático com a tecnologia.

Se retomarmos a interrogação que orienta a pesquisa que subsidia a escrita deste texto, pode-se dizer que o dar-se conta de ser professor com tecnologias acontece no agora, no presente vivido no grupo e envolve o olhar atento ao que o aluno faz, reconhecendo suas possibilidades para constituir conhecimento; envolve abrir-se para uma proposta de ensino em que sejam considerados os caminhos da

atividade investigativa com a tecnologia, vista como possibilidade para o pensar. Com isso, mostra-se para nós que o sentido de ser professor com tecnologias se dá na vivência, no dia a dia, “no modo de estar junto com as pessoas e os programas pertinentes à escolarização” (BICUDO, 2010, p. 215).

Ao vivenciar modos de ser professor com tecnologias, atento à atividade do aluno, há o dar-se conta do “o que”, do “como” e do “por que” efetuar determinadas ações e se envolver com tarefas específicas, como as de investigação matemática.

5 Considerações finais

A experiência vivida com a formação no grupo de professores possibilitou compreender que, ao se voltar para uma aula com tecnologia, o docente expõe os modos pelos quais entende a atividade investigativa do aluno. Com isso, evidencia-se uma compreensão de que o fazer do estudante pode ser importante para orientar a sua prática.

Na pesquisa, foi possível ver que o professor identifica seus alunos avaliando as possibilidades que têm para investigar e se empenhando na busca por maneiras de resolver as tarefas propostas. Eles aceitam os desafios lançados, mobilizam conhecimentos para explorar estratégias que não são costumeiras e, muitas vezes, não oportunizadas em sala de aula. Além disso, o professor reconhece que a atitude dos alunos pode favorecer o desenvolvimento de sua autonomia, pois à medida que eles se lançam à investigação, entendem que são capazes de compreender os conteúdos sem recorrerem ao professor para lhes indicar um caminho ou dar uma resposta.

A pesquisa permite compreender que no grupo revela-se que ser professor com tecnologias é dar ao aluno abertura para fazer descobertas e compreender o que investiga. Mostra para o docente que o sentido do que é percebido na exploração com o *software* é articulado e expresso. A expressão dá forma ao sentido, visando alçá-lo ao conceitual, constituindo conhecimento. Porém, é um conhecimento que poderíamos chamar de pré-proposicional ou pré-predicativo, uma vez que não é expresso na linguagem matemática. No entanto, é sobre esse conhecimento que repousa o conhecimento científico, “na medida em que é constituído sobre as camadas de sentido que vão se fazendo. Trata-se de um processo que avança sobre essas camadas em busca da constituição de idealidades e maneiras de tratá-las e

apresentá-las de modo formal” (BICUDO, 2010, p. 222), sendo importante a intervenção do professor.

Além disso, vimos que, na atividade investigativa, o conhecimento se constitui no ato de pensar-com a tecnologia e isso é relevante para o professor que, atento aos diálogos, identifica o que o aluno compreende e o que não lhe está claro. O professor pode, então, abrir-se para interagir com o aluno e pensar com ele, ajudando-o a construir uma forma de expressão que se aproxime da linguagem matemática.

Para finalizar, destacamos que, na pesquisa de doutorado que subsidia a escrita deste texto, o perceber-se sendo professor com tecnologia evidenciou-se na atenção dada ao fazer do aluno e na mudança de postura. Esses resultados nos possibilitaram interpretar que há, por parte do docente, um modo de se tornar professor com tecnologia, no qual se mostra, para ele, a importância de o aluno estar em atividade, de se envolver com tarefas de investigação, abrindo-se às possibilidades, constituindo conhecimento nas explorações realizadas e compartilhadas com o outro. Ser professor com tecnologias é um modo de ver o fazer do aluno, de conhecer sua competência e identificar as dificuldades que se destacam na vivência desse modo de ser professor.

Referências

BATISTA, Carolina Cordeiro. **Perceber-se professor de matemática com tecnologia no movimento de forma/ação**. 2021. 258f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro.

BATISTA, Carolina Cordeiro. **O Estudo de Aula na Formação de Professores de Matemática para ensinar com tecnologia**: a percepção dos professores sobre a produção de conhecimento dos alunos. 2017. 107f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020, p. 107-119.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Filosofia da Educação Matemática**: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. São Paulo: Editora da Unesp, 2010.

CERQUEIRA, Teresa Cristina Siqueira. O professor em sala de aula: reflexão sobre os estilos de aprendizagem e a escuta sensível. **Revista de Psicologia da Vetor Editora**, Brasília, v. 7, n. 1, p. 29-38, jan./jun. 2006.

DETONI, Adlai Ralph. **Investigações acerca do espaço como modo da existência e da Geometria que ocorre no Pré-Reflexivo**. 2000. 275f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro.

DOMINGUES, Mateus Augusto Ferreira Garcia *et al.* Estudo de Geometria Analítica com o auxílio do GeoGebra numa turma do 3º ano do Ensino Médio. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 6, p. 1-23, out./dez. 2021.

HEIDEGGER, Martin. **Ensaio e Conferências**. Tradução de Emmanuel Carneiro Leão, Gilvan Fogel e Márcia de Sá Cavalcante Schuback. Petrópolis: Vozes, 2002.

HEIDEGGER, Martin. **Caminhos de Floresta**. Tradução de Irene Borges Duarte *et al.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1998.

LEWIS, Catherine; PERRY, Rebecca. A Randomized Trial of Lesson Study with Mathematical Resource Kits: Analysis of Impact on Teachers’ Beliefs and Learning Community. In: MIDDLETON, James; CAI, Jinfa; HWANG, Stephen (Ed.). **Large-Scale Studies in Mathematics Education**. Berlim: Springer, 2015, p. 133-158.

LEWIS, Catherine *et al.* How Does Lesson Study Work? Toward a Theory of Lesson Study Process and Impact. In: HUANG, Rongjin; TAKAHASHI, Akihiko; PONTE, João Pedro da (Ed.). **Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics**. Berlim: Springer, 2019, p. 13-38.

MARTINS, Joel; BOEMER, Magali Roseira; FERRAZ, Clarice Aparecida. A Fenomenologia como Alternativa Metodológica para Pesquisa — Algumas Considerações. **Cadernos da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos — Caderno 1**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 33-47, 1990.

MERLEAU-PONTY, Maurice. **Fenomenologia da Percepção**. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

PAULO, Rosa Monteiro. **A compreensão geométrica da criança: um estudo fenomenológico**. 2001. 321f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro.

PINHEIRO, José Milton Lopes; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; DETONI, Adlai Ralph. Um olhar fenomenológico à Geometria Dinâmica. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 2, p. 264-287, 2019.

PINHEIRO, José Milton Lopes; DETONI, Adlai Ralph. Possibilidades do trabalho investigativo com a Geometria Dinâmica. In: PAULO, Rosa Monteiro; FIRME, Ingrid Cordeiro; BATISTA, Carolina Cordeiro (Org.). **Ser Professor com Tecnologias: sentidos e significados**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, p. 55-75.

PONTE, João Pedro; QUARESMA, Marisa; BRANCO, Neusa. Tarefas de exploração e investigação na aula de Matemática. In: PONTE, João Pedro da (Org.). **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 213-252.

PONTE, João Pedro; QUARESMA, Marisa. Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. In: PONTE, João Pedro da (Org.). **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 281-310.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa Alexandra Ferreira. As discussões matemáticas na aula exploratória como vertente da prática profissional do professor. **Revista da Faculdade de Educação (Universidade do Estado de Mato Grosso)**, Cáceres, v. 23, n. 1, p. 131-150, jan./jun. 2015.

PONTE, João Pedro da. Investigar, ensinar e aprender. In: ENCONTRO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (PROFMAT), 2003, Lisboa. **Anais do PROFMAT**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2003, p. 25-39.

PONTE, João Pedro da. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: ENCONTRO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (PROFMAT), 1998, Lisboa. **Anais do PROFMAT**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1998, p. 27-44.

PONTE, João Pedro da. Desenvolvimento profissional do professor de matemática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 31, p. 9-12 e 20, 1994.

RICHIT, Adriana; PONTE, João Pedro da; TOMKELSKI, Mauri Luís. Estudos de aula na formação de professores de matemática do ensino médio. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 100, n. 254, p. 54-81, jan./abr. 2019.

RICHIT, Adriana; PONTE, João Pedro da. Conhecimentos Profissionais evidenciados em Estudos de Aula na perspectiva de Professores Participantes. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 36, p. 1-29, 2020.

ROSA, Maurício; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. In: PAULO, Rosa Monteiro; FIRME, Ingrid Cordeiro; BATISTA, Carolina Cordeiro (Org.). **Ser Professor com Tecnologias: sentidos e significados**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, p. 13-40.

SANTOS, Marli Regina dos. **Um Estudo Fenomenológico sobre o Conhecimento Geométrico**. 2013. 214f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro.

SHELLER, Morgana; ZIMDARS, Eduardo Rafael. Estudo de Aula na formação continuada de professores que ensinam Matemática: um olhar no âmbito do cenário nacional. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-23, jan./mar. 2022.

SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; WROBEL, Julia Schaeztle; BALDIN, Yuriko Yamamoto. Lesson Study como Meio para a Formação Inicial e Continuada de

Professores de Matemática — Entrevista com Yuriko 212 Yamamoto Baldin. **Boletim Gepem**, Seropédica, n. 73, p. 115-130, jul./dez. 2018.

STIGLER, James; HIEBERT, James. **The teaching gap**: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. Nova Iorque: The Free Press, 1999.

WICHNOSKI, Paulo. Obstáculos emergentes da prática de ensino com a Investigação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 67, p. 604-627, ago. 2020.