

O ensino dos números complexos na perspectiva de professores de Engenharia Elétrica

Cassiano Scott Puhl¹

Tháisa Jacintho Müller²

Resumo: Este artigo investiga os conhecimentos de números complexos que os estudantes de Engenharia Elétrica apresentam, bem como as estratégias didáticas adotadas pelos professores para ensiná-los. Em pesquisas realizadas, identificou-se que a maioria dos estudantes da Universidade de Caxias do Sul não apresentam os conhecimentos de números complexos necessários para as disciplinas de Engenharia Elétrica. Para verificar a prevalência desse panorama no Rio Grande do Sul, aplicou-se um questionário aos professores de Engenharia Elétrica de seis instituições de Ensino Superior. A análise evidenciou que a maioria dos estudantes das instituições selecionadas não apresenta o conhecimento de números complexos, tendo o professor que revisar e explicar conceitos e operações, sendo que o objetivo seria utilizá-los em aplicações na Engenharia Elétrica. Portanto, surge a possibilidade de utilizar um objeto de aprendizagem para auxiliar a suprir essa defasagem do Ensino Médio, propiciando ao corpo discente um instrumento facilitador na aprendizagem do conteúdo abordado.


Palavras-chave: Números Complexos. Ensino. Conhecimento Prévio. Engenharia Elétrica. Objeto de Aprendizagem.


The teaching of complex numbers in the perspective of teachers of Electrical Engineering

Abstract: This article investigates the knowledge of complex numbers that Electrical Engineering students present, as well as the educational strategies adopted by professors to teach them. Surveys confirmed that most students at the University of Caxias do Sul do not have the knowledge of complex numbers needed for the disciplines of Electrical Engineering. To verify the prevalence of this situation in Rio Grande do Sul, Electrical Engineering professors from six higher education institutions answered a questionnaire. The analysis of the answers showed that most students from the selected institutions do not master the knowledge of complex numbers, and therefore professors need to review and explain concepts and operations, when the objective would be to use them in applications in Electrical Engineering. Therefore, there is room for using learning resources to help reduce this gap that comes from high school education, providing students with a tool to facilitate learning about complex numbers.

Keywords: Complex Numbers. Teaching. Previous Knowledge. Electrical Engineering. Learning Object.

La enseñanza de los números complejos en la perspectiva de los profesores de Ingeniería Eléctrica

¹ Doutor em Educação em Ciências e Matemática. Professor da Secretaria Municipal de Educação de Bom Princípio. Rio Grande do Sul, Brasil. ✉ c.s.puhl@hotmail.com  <http://orcid.org/0000-0003-0696-5666>.

² Doutora em Educação Matemática. Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS). Rio Grande do Sul, Brasil. ✉ thaisamuller@gmail.com  <http://orcid.org/0000-0002-7986-202X>.

Resumen: Este artículo investiga el conocimiento de los números complejos que presentan los estudiantes de Ingeniería Eléctrica, así como las estrategias didácticas adoptadas por los profesores para enseñarles. En la investigación realizada, se identificó que la mayoría de los estudiantes de la Universidad de Caxias do Sul no tienen los conocimientos de números complejos necesarios para las disciplinas de Ingeniería Eléctrica. Para verificar la prevalencia de este escenario en Rio Grande do Sul, se aplicó un cuestionario a profesores de Ingeniería Eléctrica de seis instituciones universitarias. El análisis mostró que la mayoría de los estudiantes de las instituciones seleccionadas no tienen el conocimiento de los números complejos, siendo el docente el que repasa y explica conceptos y operaciones, siendo que el objetivo sería utilizarlos en aplicaciones de Ingeniería Eléctrica. Por lo tanto, surge la posibilidad de utilizar un objeto de aprendizaje que ayude a rellenar este vacío de la educación secundaria, brindando a los estudiantes un instrumento facilitador para el aprendizaje de los contenidos abordados.

Palabras clave: Números Complejos. Educación. Conocimiento Previo. Ingeniería Eléctrica. Objeto de Aprendizaje.

1 Introdução

Números complexos é um conhecimento matemático que evoluiu durante séculos e demorou a ser aceito pela comunidade matemática. Um dos motivos que atrasaram a formalização dos números complexos, como um conhecimento matemático, foi a dificuldade em verificar e compreender a utilização ou aplicação desses números na Matemática ou em outras áreas do conhecimento. Contudo, a formalização dos números complexos proporcionou a realização de novos estudos e investigações, que desenvolveram novos conhecimentos em Matemática e, mesmo, em outras áreas, com possibilidades de abordagem em variados temas, como: os fractais, a teoria quântica, os circuitos elétricos de corrente alternada e a aerodinâmica (BATISTA, 2004).

Contudo, os professores do Ensino Médio vêm abdicando do seu ensino, por considerá-lo um conhecimento desnecessário ou menos importante do que outros conhecimentos matemáticos e, portanto, devido às restrições de carga horária, muitas vezes optam por não o ensinar (MELLO e SANTOS, 2005; NETO, 2013; ELI, 2014; COSTA, 2016; PUHL, 2016; PORTOLAN, 2017). Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) — que estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica — deixou de contemplar alguns conteúdos tradicionais, como é o caso dos números complexos, na disciplina de Matemática (BRASIL, 2018).

Os professores do Ensino Superior consideram que os números complexos são um conhecimento básico para os estudantes que ingressam em um curso de

Engenharia Elétrica, principalmente para compreender o processo de análise de circuitos elétricos em corrente alternada (MELLO e SANTOS, 2005; COELHO, 2013; PUHL e LIMA, 2014). Esse cenário prejudica o desempenho dos ingressantes nos cursos de Engenharia Elétrica, pois o conhecimento superficial de números complexos implica em dificuldades de aprendizagem nas disciplinas específicas do curso, por exemplo, uma vez que os números complexos simplificam o processo da análise dos componentes de circuitos elétricos de corrente alternada (BOAS JUNIOR, 2014). Mello e Santos (2005) colocam que os estudantes apresentam dificuldades em utilizar os números complexos na análise de circuitos elétricos em corrente alternada.

Complementando essa perspectiva, pesquisas realizadas com estudantes de Engenharia Elétrica de uma instituição de Ensino Superior da Serra Gaúcha, constataram a falta de conhecimentos sobre números complexos. Nestas pesquisas foi possível observar que dos 103 participantes: 26% souberam efetuar a adição; 22% representaram corretamente valores no plano complexo; 3% multiplicaram corretamente e ninguém acertou a divisão sem o auxílio de uma calculadora científica que operava com números complexos (MORALES, PUHL e LIMA, 2013; PUHL e LIMA, 2014).

Diante desse contexto, investigou-se a temática, cuja questão norteadora foi: na perspectiva de professores que ministram disciplinas no curso superior de Engenharia Elétrica, qual o nível de compreensão que os seus estudantes apresentam sobre números complexos? Sendo assim, a investigação teve como objetivo identificar as dificuldades dos estudantes com números complexos e quais foram as estratégias didáticas utilizadas pelos professores para sanar essas dificuldades.

O artigo está estruturado em quatro partes. Uma seção de introdução em que foi apresentado o contexto e a justificativa da pesquisa. Uma seção sobre os aspectos metodológicos que apresenta os procedimentos para coleta e análise dos dados. Uma seção dedicada à apresentação e discussão dos resultados. E uma seção de considerações finais, em que se sugere um recurso digital que pode auxiliar professores e estudantes na construção de significados sobre os números complexos.

2 Aspectos metodológicos

Esta pesquisa tem um cunho qualitativo, na qual buscou-se identificar os conhecimentos e as dificuldades que os estudantes de Engenharia Elétrica têm sobre

os números complexos sob a perspectiva dos seus professores, sendo assim caracteriza-se como "um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um sistema social ou humano" (CRESWELL, 2010, p. 26). Complementando essa perspectiva, Borba e Araújo (2013, p. 12) definem que a pesquisa qualitativa "tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes".

Nesta investigação, os participantes foram selecionados de forma aleatória. Inicialmente, acessou-se o site oficial de instituições de Ensino Superior do Rio Grande do Sul e realizou-se uma busca pelos endereços eletrônicos dos professores que lecionam as seguintes disciplinas: Cálculo, Circuitos Elétricos, Engenharia de Processamento Digital ou equivalentes. A escolha dessas disciplinas justifica-se por serem disciplinas introdutórias da graduação, em que os estudantes utilizam conhecimentos de números complexos. Após, encaminhou-se um e-mail explicando os objetivos do trabalho e solicitando a participação do professor.

O instrumento de coleta de dados foi um questionário aberto, enviado para os endereços eletrônicos disponíveis nos sites das instituições, porém, nem todos os professores responderam ao questionário, assim a amostra foi constituída por 11 participantes. Nessa amostra, encontram-se professores das seguintes instituições de Ensino Superior³: três da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), três da Universidade de Caxias do Sul (UCS), dois da Faculdade da Serra Gaúcha (FSG), um da Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS), um da Universidade Feevale (FEEVALE) e um da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA); sendo que seis dos professores ministravam disciplinas de Circuitos Elétricos, quatro de Cálculo e um de Processamento Digital. Goldenberg (1999) já alertava sobre o problema de os participantes não responderem questionários e destaca que a quantidade não é importante, mas sim a qualidade das informações coletadas, pois os "dados da pesquisa qualitativa objetivam uma compreensão profunda de certos fenômenos sociais apoiados no pressuposto da maior relevância do aspecto subjetivo da ação social" (GOLDENBERG, 1999, p. 49).

O questionário aplicado foi composto por seis questões, que serão indicadas por Q1, Q2, ..., Q6, respectivamente, as quais elencamos a seguir: Q1) Em quais

³ Os pesquisadores entraram em contato com outras instituições, como a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e a Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), porém nenhum professor respondeu o questionário.

contextos/conteúdos se aplicam números complexos?; Q2) Quais conhecimentos sobre números complexos o aluno precisaria saber para cursar essa(s) disciplina(s)?; Q3) O que os alunos, em geral, conhecem sobre esses números?; Q4) Sobre os conhecimentos prévios importantes sobre números complexos, o que você propõe para sanar as dificuldades?; Q5) Você consideraria a possibilidade de utilizar um material virtual de apoio para verificar e suprir as defasagens ou lacunas dos alunos sobre os conceitos de números complexos?; e Q6) Quais características são relevantes para a utilização de um material virtual de apoio para os alunos?

Os professores participantes dessa investigação foram designados por P1, P2, P3..., P11, isto é, Professor 1, Professor 2, Professor 3, e assim sucessivamente, de modo a ser mantido o seu anonimato. Além disso, as respostas dos professores estão em itálico para diferenciar das citações de autores.

Como método de análise, utilizou-se a Análise Textual Discursiva (ATD) que

pode ser compreendida como um processo auto-organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem a partir de uma sequência recursiva de três componentes: a desconstrução dos textos do “corpus”, a unitarização; o estabelecimento de relações entre os elementos unitários, a categorização; o captar o emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada. (MORAES e GALIAZZI, 2016, p. 12).

O método utilizado foi o indutivo que consiste em “produzir as categorias a partir das unidades de análise construídas a partir do ‘corpus’. Por um processo de comparar e contrastar constante entre as unidades de análise, o pesquisador vai organizando conjuntos de elementos semelhantes” (MORAES e GALIAZZI, 2016, p. 23-24), que são denominadas categorias emergentes. Devido a inexistência de uma fundamentação teórica, sobre o ensino de números complexos no Ensino Superior, não se realizou uma argumentação detalhada sobre o tema, mas buscou-se definir com clareza as categorias e suas diferenças. O método indutivo será empregado nas primeiras cinco questões, pois a última consiste num levantamento dos elementos considerados fundamentais para a construção de um objeto de aprendizagem para o ensino de números complexos aplicados na análise de circuitos elétricos em corrente alternada.

3 Discussão e análise dos resultados

Segundo Monzon (2012) e Reis (2009), os estudantes não questionam sobre

os conceitos ou operações com números complexos, mas buscam saber sobre sua aplicação, pois assim atribuem significado a esse tipo de número. Desse modo, inicialmente reconheceu-se o contexto no qual os números complexos são utilizados, e por meio das respostas dos professores realizou-se o processo de ATD, da qual emergiu duas categorias, denominadas: Aplicações na Engenharia Elétrica e Aplicações na Matemática.

Na categoria Aplicações na Engenharia Elétrica, emergida principalmente com as respostas referente à questão Q1, há resposta de sete professores, onde relataram que os números complexos podem ser aplicados na representação de fasores (P1, P2 e P11), na análise de circuitos elétricos em corrente alternada (P2, P5, P7, P9, P10 e P11), na análise de sinais de frequência constante (P2 e P11) e na análise de sistemas de controle (P2 e P10). O professor P7 explica que os números complexos são utilizados: *Para fazer análise de circuitos elétricos em corrente alternada que envolvem capacitores e/ou indutores (circuitos RLC), os quais causam defasagens de sinal e afetam o fator de potência do circuito.* Os professores P5 e P10 confirmam o relato anterior, afirmando, respectivamente, que os números complexos são aplicados basicamente em *qualquer análise de circuitos que envolvem a corrente alternada.* As expressões utilizadas por P5 e P10 reforçam a importância dos números complexos na área da Elétrica. Os números complexos facilitam a operacionalização matemática acerca de cálculos com resistências, indutâncias e capacitâncias dentro de uma análise de circuitos em Corrente Alternada — CA (REIS, 2009 e GERMANO, 2016). Essa perspectiva apresentada por esses professores corrobora com O'Malley (2014, p. 340 apud GERMANO, 2016, p. 29) que afirma:

A melhor forma de se analisar a maioria dos circuitos CA é usar álgebra complexa. [...], em análise de circuitos CA, tensões e correntes senoidais são transformadas em números complexos chamados fasores; resistências, indutâncias e capacitâncias são transformadas em números complexos e chamadas impedâncias.

Na categoria Aplicações na Matemática, limitaram-se a resposta de quatro professores (P3, P4, P6 e P8) que citaram que aplicam os números complexos nas transformadas de Fourier/Laplace, ressaltando a sua utilidade na própria Matemática, o que pode prejudicar a aprendizagem desses conceitos, pois como Monzon (2012, p. 32) afirma: “os principais questionamentos dos alunos perante esse ensino não recaia sobre conceitos ou operações e sim sobre a utilidade, aplicação em problemas

ou contextualização do conteúdo”. Desse modo, induz-se que os estudantes possam compreender que os números complexos se limitam a aplicações na própria matemática, não havendo utilidade em situações contextualizadas ou na realidade. Cabe ressaltar que, provavelmente, os professores da categoria Aplicações na Engenharia Elétrica utilizam as transformadas de Fourier/Laplace, porém reconhecem que as aplicações dos números complexos vão além da Matemática, são conceitos importantes para a resolução de problemas de sinais e sistemas lineares, bem como circuitos RLC.

A questão Q2 que aborda sobre os conhecimentos esperados que os estudantes possuem, e por meio das respostas dos professores estabeleceu-se três categorias: Conhecimento básico; Conhecimento intermediário; e Conhecimento avançado.

Na categoria Conhecimento básico encontram-se a perspectiva de seis professores (P4, P5, P6, P8, P9 e P11), que tem a expectativa dos estudantes reconhecerem um número complexo, na forma algébrica e na representação geométrica, e efetuem as quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Quando os números complexos são abordados no Ensino Médio, geralmente, são esses os conceitos estudados. Desse modo, para 55% da amostra da pesquisa, esse conhecimento deveria ser construído no decorrer do Ensino Médio, conforme é afirmado pelo professor P6: Conhecimento básico, nível de ensino médio. Complementando essa ideia, traz-se o relato do professor P4: Conhecimento sobre as operações básicas envolvendo tal conjunto numérico.

Em compensação, os professores P1 e P7 esperam que os estudantes saibam os conhecimentos básicos, bem como a manipulação de números complexos na forma trigonométrica (polar) e retangular (algébrica), conforme é exposto pelo professor P7: *Os alunos deveriam saber manipular matematicamente os números complexos, realizando a conversão da forma retangular para polar e vice-versa e também aplicar esses números nas diferentes operações algébricas. Além disso, seria muito importante que eles fossem capazes de fazer a interpretação geométrica, observando graficamente a importância desses números.* Esses professores requerem dos estudantes um nível maior de compreensão dos números complexos, emergindo assim a característica da categoria do Conhecimento intermediário. Geralmente, a forma trigonométrica (polar) não é abordada no Ensino Médio, porém

nada impede que o professor a ensine, conforme foi realizado por Puhl (2016), pois os estudantes, possivelmente, têm conhecimentos prévios para compreender essa representação, que envolvem conceitos de trigonometria.

E por último, a categoria do Conhecimento avançado que contempla a perspectiva de três professores (P2, P3 e P10) que esperam que seus estudantes saibam operar com números complexos na forma retangular e na forma trigonométrica, utilizar a fórmula de Euler $e^{ix} = \cos(x) + i \cdot \sin(x)$ e conhecer funções transcendentais de complexos. Ao ser questionado sobre os conhecimentos prévios que espera que os estudantes possuam, o professor P2 respondeu: *Conhecimentos básicos. Operações em geral. Representações. Muito importante ter bom conhecimento da exponencial complexa e fórmula de Euler.* Ampliando essa ideia, o professor P3 respondeu: *Notações e toda a álgebra dos complexos, incluindo a forma trigonométrica e o cálculo de raízes. Também devem conhecer funções transcendentais de complexos.* Esses relatos apresentam a complexidade dos conceitos esperados pelos professores dessa categoria, dificilmente um estudante de Ensino Médio estudará esses conceitos. Assim, seria necessária uma disciplina no Ensino Superior para ensinar esses conceitos mais avançados.

Por ser um conteúdo que não vem sendo ensinado no Ensino Médio, conforme já foi constatado por (MELLO e SANTOS, 2005; ELI, 2014; COSTA, 2016; PUHL, 2016), não existe uma homogeneidade sobre o nível de compreensão que os estudantes do curso de Engenharia Elétrica apresentam sobre os números complexos. Essa perspectiva é resultado principalmente pela análise da questão Q2. Por meio da análise das respostas dos professores, referentes a questão Q3, emergiram quatro categorias: Conhecimento base; Conhecimento insatisfatório; Desconhecimento sobre o assunto; e Indeterminado.

A categoria do Conhecimento base contempla a perspectiva dos professores que entendem que os estudantes conhecem o necessário sobre números complexos para utilizá-los na sua disciplina, sendo esse o desejo de todo professor, porém somente os relatos de P1 e P9 estão presentes nessa categoria. O professor P1 relatou: *Ainda que seja feita uma revisão dos conceitos e operações citadas anteriormente, a maioria já domina essa base.* Esse relato revela que o professor não tem plena confiança naquilo que os estudantes sabem de números complexos, pois realiza uma revisão dos conceitos, em compensação o professor P9 afirmou: *Quando*

chegam nesta parte do curso, já viram os conceitos básicos de números complexos. Assim, percebe-se que no decorrer da formação acadêmica, em alguma disciplina, houve o ensino de números complexos, buscando preparar os estudantes para as aplicações desse tipo de número. Porém, como já foi abordado, nem todas as grades curriculares tem esse cuidado, de discorrer sobre o estudo dos conjuntos dos números complexos antes de utilizá-los nas suas aplicações. Essa pode ser uma das causas da existência das outras categorias definidas.

Na categoria Conhecimento insatisfatório têm-se os relatos dos professores P2, P3, P5 e P6 que afirmaram que os estudantes conhecem em parte sobre os números complexos, não sendo o suficiente para utilizá-los na disciplina, pois alguns reconhecem que $\sqrt{-1} = i$ ou sabem efetuar operações de adição e subtração, conforme os seguintes relatos: *muito pouco. A maioria sabe somente somar (P2); lembram que a $\sqrt{-1}$ é i . O resto eles alegam não lembrar (P3); muito pouco ou quase nada. Normalmente é preciso explicar esse conteúdo (P5); apenas a definição, adição e subtração – quando viram este conteúdo na escola (P6).* Mas, percebe-se nos relatos dos professores P5 e P6 que há estudantes que desconhecem os números complexos, pois a expressão quase nada e quando viram este conteúdo na escola, permite essa interpretação. E essa interpretação é viável, principalmente pelas pesquisas que mostram que os números complexos não estão sendo mais ensinados no Ensino Médio (MELLO e SANTOS, 2005; ELI, 2014; COSTA, 2016; PUHL, 2016).

Na categoria Desconhecimento sobre assunto consta somente os relatos do professor P8 ao afirmar que: a maioria não conhece, sequer viu no Ensino Médio. Esse relato reforça as pesquisas citadas anteriormente, que os estudantes não estão aprendendo esse conteúdo no Ensino Médio.

Na categoria Indeterminado, os professores responderam à pergunta, mas não foi possível definir os conhecimentos matemáticos (P4 e P11), ou relataram que depende da formação do estudante (P7 e P10), assim não foi possível enquadrar essa resposta em nenhuma outra categoria. O professor P4 afirmou que não sabia informar sobre os conhecimentos prévios dos estudantes e P11 argumentou que o desconhecimento de números complexos não é o problema, segundo o professor: *o entendimento e manipulação de números complexos nunca foi o problema. Se houve problemas com alguns no entendimento é porque desconheciam totalmente aritmética, geometria, álgebra e trigonometria. Os números complexos são muito*

fáceis de assimilar tendo esses conceitos básicos. Eles em si não são problema algum. Pelo contrário, ajudam na abstração matemática de sistemas menos intuitivos. Em parte, concorda-se com o relato do professor, que os números complexos são fáceis de compreender. Mas, o estudante terá que compreender os números complexos e ao mesmo tempo utilizá-los, não permitindo a assimilação e acomodação dos conceitos e das operações de números complexos, um conhecimento totalmente novo, pois para muitos estudantes esse tipo de número não existia. Essa situação gera um conflito cognitivo que precisa ser superado pelo estudante, podendo se tornar um empecilho para a aprendizagem. Esse empecilho pode ser transposto, quando o estudante perceber a necessidade de utilizá-lo, construindo significado sobre sua aplicação em situações reais. Esse processo de superação, da aceitação da existência dos números complexos, não será fácil para o estudante e nem para o professor. Coelho (2013, p. 1) já alertava para esta situação:

[...] o tema será um obstáculo a ser vencido pelos alunos também durante o Ensino Superior e agravando-se quando apresentado no curso de Cálculo (Cálculo, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral), pois além da base de estudo em Matemática não ser sólida o aluno estará sendo apresentado a novas ideias e conceitos, o que requer uma maturidade nem sempre presente em grande parcela dos estudantes universitários.

Os outros dois professores seguiram na mesma linha de pensamento, afirmando que tudo depende da formação no Ensino Médio, relatando: *Isso é bem variado. Alguns alunos sequer viram números complexos na escola durante o ensino médio. Outros até estudaram e lembram vagamente sobre a conversão entre as formas. Muitos confundem a maneira de resolver as operações algébricas por conta da necessidade de realizar cada operação em uma das diferentes formas (retangular ou polar). Outra grande dificuldade é a interpretação de resultados, principalmente quando se fala que o número 270° , por exemplo, pode ser representado pelo mesmo módulo com -90° (quando se trabalha com circuitos elétricos, essa representação é importante). Muitas vezes eles utilizam a calculadora para fazer essas conversões (para otimização do tempo, pois o nosso objetivo é a análise de circuitos e não o domínio matemático, embora esse já devesse existir) e não conseguem fazer essas correlações (P7); varia bastante da formação do ensino médio. Para nivelar faço uma revisão geral da parte básica (P10).* Desse modo, esses professores de Engenharia Elétrica esperam que os estudantes já tenham conhecimento sobre números complexos, para que no Ensino Superior seja possível aprofundá-los ou utilizá-los na

análise de circuitos elétricos em CA.

Os professores, percebendo que os estudantes não conhecem números complexos, podem sugerir formas de recuperar esses conhecimentos. Desse modo, em relação à questão Q4, emergiram duas categorias, de acordo com o relato dos mesmos: Exposição em sala de aula e Indeterminado.

A aula expositiva é um recurso utilizado pelos professores, em todo os níveis de escolaridade e essa pesquisa reforça esta ideia, pois 82% dos participantes (P1, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10) disseram utilizar esta abordagem para recuperar lacunas na aprendizagem. Os professores entrevistados disseram destinar parte do tempo das aulas para abordar os conceitos básicos das suas disciplinas, que incluem: operações com números complexos, a representação gráfica, a forma polar, a fórmula de De Moivre, entre outros. A seguir apresenta-se o relato de alguns professores: *Já prevendo certa dificuldade, fazemos uma revisão em uma aula destes conceitos e operações (P1); Reviso todo o conjunto dos números complexos em duas aulas: operações, representação gráfica. Forma polar, teorema de De Moivre, fórmula de Euler, raízes dos números complexos (P6); O que ocorre na verdade é que uma aula destas disciplinas é destinada a explicações básicas sobre números complexos. Eu, particularmente, explico de uma forma sucinta as representações retangular e polar no plano, explico e faço exemplos de conversão entre essas representações e também das operações algébricas básicas. Disponibilizo e indico material de leitura de apoio, tanto na forma de textos como de páginas na internet com exercícios e vídeos no YouTube (P7); Aula explicativa e aplicações (exercícios) (P8).*

Os resultados da aula expositiva nem sempre são os esperados, pois a comunicação efetiva existe, mas não existe a relação direta professor ensina e estudante aprende (BICUDO e BORBA, 2004). Segundo Gudwin (2017): “aulas expositivas muitas vezes dão uma falsa sensação de segurança para os alunos, que parecem entender tudo, mas só descobrem que não entenderam direito quando resolvem fazer exercícios e aí tem grandes dificuldades em resolvê-los”. E ressalta-se que somente o professor P7 sugere outros recursos, como vídeoaulas e sites disponíveis na web, sendo que existem alguns Objetos de Aprendizagem (OA) que já foram testados e apresentaram bons resultados para a aprendizagem, como constatado em Monzon (2012), Pinto (2015) e Puhl (2016).

Na categoria Indeterminado, o professor P2 não respondeu ao questionamento

Q4 e o P11 relata novamente que o problema não são os números complexos, conforme pode-se perceber na sua resposta: *Como expliquei antes, não vejo nenhum problema com os números complexos. Não é um problema para os alunos de Engenharia Elétrica. Se vai em busca de procurar por uma causa para algum problema em particular, então deve-se investigar o processo de formação anterior do aluno, ou seja, ir mais para deficiências de base (matemática básica).* Se existe um problema na Educação Básica é evidente que se deva ter uma preocupação e tomar uma atitude para solucionar esse problema. Porém, as mudanças na educação demoram para acontecer, assim o professor ao se deparar com estudantes com defasagem de conhecimento matemático precisa propiciar um meio para recuperar estes conhecimentos.

Nessa perspectiva, as tecnologias são um instrumento importante, principalmente, por meio da geometria dinâmica, assim, pode-se pensar e planejar um OA para que os estudantes compreendam os conhecimentos básicos das disciplinas de Engenharia Elétrica. Este OA deve atender as necessidades do professor para que possa ser utilizado ou sugerido em sala de aula. Desta forma, na questão Q5, foi indagado sobre a possibilidade de utilização de um material virtual de apoio para detectar e suprir as defasagens ou lacunas dos estudantes sobre números complexos. As respostas dos professores foram categorizadas como: Não utilizaria um material virtual; Possivelmente utilizaria um material virtual; e Sim utilizaria um material virtual.

Na categoria Não utilizaria um material virtual encontram-se os professores P10 e P11, estes afirmam que já existem muitos materiais disponíveis virtualmente para suprir as defasagens dos estudantes, basta eles terem interesse e vontade de buscarem, entretanto nenhum professor citou exemplos destes OA. A resposta do professor P10 foi: *não, já existe bastante material, falta um pouco de interesse dos alunos em buscá-los.*

Já os professores P1, P2 e P3 estão na categoria Possivelmente utilizaria um material virtual, porém apresentaram ressalvas e diferentes justificativas, mostrando indicativos que não são favoráveis a utilização de recursos digitais nesse contexto: *a ajuda pode ser útil, mas não vejo muita dificuldade neste tópico (P1); não sou muito fã, pois pelo que percebo quanto mais fácil é a aquisição do conteúdo, menos tempo ele fica na cabeça dos bonecos (estudantes). Mas consideraria sim (P2); toda ajuda é bem-vinda, mas, como eu disse, seria paliativa. Precisamos mudar a mentalidade dos*

alunos desde os primeiros semestres (P3). Como se pode perceber, cada professor considera o uso de um ambiente virtual, porém cita outra característica considerada fundamental para o uso, ou não, desse recurso.

Por fim, a maioria (P4, P5, P6, P7, P8 e P9) considera o uso de um ambiente virtual, formando a categoria do Sim utilizaria um material virtual. Alguns relatos dos professores: *com certeza, seria muito bem aproveitado (P5); com certeza seria de grande auxílio. A bibliografia existente se restringe aos livros de ensino médio. Os alunos ficam constrangidos em consultá-los, talvez (P6); no momento já utilizo material virtual como apoio, mas de forma mais improvisada. Se estiver disponível um material especificamente para isso, com certeza eu utilizaria (P7).* Nessa questão, pode-se perceber a divergência de ideias em relação aos professores P10 e P11 com o professor P6. Em um mapeamento realizado em anais de eventos (PUHL e MÜLLER, 2017), não se encontrou nenhuma pesquisa que abordasse a construção de um ambiente virtual para recuperar defasagens do Ensino Médio para estudantes de Engenharia Elétrica, a pesquisa que mais se aproxima é de Pinto (2015).

Por fim, realizou-se um levantamento para verificar quais características deveriam ter um material virtual que servisse de apoio para os estudantes aprenderem números complexos. Os resultados do levantamento sobre a questão Q6 encontram-se na Figura 1.

Figura 1: Características consideradas relevantes para um material virtual.



Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se que todos os professores afirmaram que seria importante que o material utilizasse construções geométricas, sendo este um recurso para que os

estudantes compreendessem os números complexos. Acessibilidade e dinamicidade não foram muito citados, porém pela diversidade de softwares disponíveis, certamente são elementos importantes. Entre as opções disponíveis de material virtual, os OA parecem ser um recurso interessante, pois já existem pesquisas mostrando a sua eficácia (MONZON, 2012; PINTO, 2015; PUHL, 2016) e pelas suas características: reusabilidade ou flexibilidade; adaptabilidade; granularidade; acessibilidade; e interoperabilidade (BETTIO e MARTINS, 2002).

Além disso, devido aos diferentes modos de se compreender um conceito, decidiu-se construir um objeto de aprendizagem multimodal (OAM), sendo definido como “um objeto é multimodal se permitir que o usuário explore dois ou mais sentidos para captar, por meio de informações complementares verbais e não verbais, o mesmo conteúdo do conhecimento (conceito)” (LIMA *et al.*, 2014, p. 24). O modo verbal consiste de textos ou áudio e o não verbal de ilustrações, fotos, vídeos e animações (TAROUCO *et al.*, 2009). Desta forma, os estudantes utilizariam diferentes estímulos (visual, auditivo e físico) para construir significados sobre os conhecimentos (LIMA *et al.*, 2014).

4 Considerações finais

Em pesquisas similares publicadas sobre a temática desta investigação, teve-se o conhecimento que estudantes de Engenharia Elétrica de uma instituição de Ensino Superior da Serra Gaúcha apresentavam defasagens em relação aos conhecimentos envolvendo números complexos (MORALES, PUHL e LIMA, 2013; PUHL e LIMA, 2014). Neste trabalho buscou-se compreender, na perspectiva de professores de Engenharia Elétrica, as dificuldades que os estudantes apresentam desse conteúdo e as estratégias didáticas utilizadas pelos mesmos para sanar essas dificuldades.

Nesta pesquisa constatou-se que, não são somente os estudantes de Engenharia Elétrica da instituição de Ensino Superior da Serra Gaúcha, tem dificuldade em efetuar operações com números complexos, mas que este é um problema presente, também, em outras instituições de Ensino Superior. A falta de compreensão sobre situações contextualizadas de utilização dos complexos são um fator para que os professores não trabalhem este conteúdo no Ensino Médio (BARROS, 2014; PORTOLAN, 2017)

A maioria dos professores participantes desta pesquisa observam que o conhecimento sobre números complexos precisaria ser obtido no Ensino Médio. Desta forma, os estudantes ingressariam nos cursos de Engenharia Elétrica tendo a possibilidade de compreender os conhecimentos específicos da sua área de formação, que utilizam este como pré-requisito. Coelho (2013, p. 4) coloca que “esse despreparo dos alunos não é esperado pelos professores de ensino superior, que começam a lecionar a disciplina ao qual foi encarregado, imaginam que os alunos já saibam todo o conteúdo que deveriam ser pré-requisitos”.

Buscando preencher essas lacunas de aprendizagem, os professores explicam os conceitos, realizam exemplos e propõem exercícios, ou seja, um ensino baseado na repetição, no qual os estudantes têm dificuldade em construir significados e de aprenderem efetivamente. Não cabe julgar a estratégia didática adotada pelos professores, pois o foco da sua disciplina não são os conceitos e operações com números complexos, mas sim suas aplicações na Matemática ou na Engenharia Elétrica.

Diante desse cenário, sugere-se a utilização de um material virtual de apoio aos estudantes, por exemplo um OAM, construído seguindo as orientações de uma teoria de aprendizagem, como a Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel, que, possivelmente, irá promover resultados melhores, em termos de aprendizagem, do que a estratégia didática normalmente adotada pelos professores. Acreditando no potencial dos materiais virtuais, a maioria dos professores (82%) considerou a possibilidade de sua utilização, em sala de aula ou em atividade extraclasse, permitindo que o tempo em sala de aula seja destinado a utilizá-los nas aplicações específicas de cada disciplina. O OAM teria o objetivo de construir o conhecimento base de números complexos, os conceitos e operações identificados na segunda pergunta aplicada no questionário desta investigação.

Para finalizar, traz-se uma observação do professor P7: *Acho muito importante o material abordar os números complexos. Se esse material for voltado para Engenharia Elétrica com aplicação em análise de circuitos, é interessante que se apresente os componentes de circuitos elétricos como forma de contextualização, assim como a apresentação de um ou dois exercícios de análise de circuitos. Entretanto essa parte é secundária. O material deve ser bem aprofundado na parte matemática dos números complexos.*

Por fim, conclui-se que os estudantes apresentam dificuldades em lidar com os números complexos e que, em geral, a estratégia adotada pelos professores de Ensino Superior compromete o tempo destinado as aplicações específicas das disciplinas. Em geral, o tempo de cada disciplina é insuficiente para desenvolver todos os conteúdos e a necessidade de revisão de conteúdos do ensino médio, que poderiam ter sido trabalhados anteriormente, podem comprometer ainda mais no desenvolvimento e execução das atividades do curso. A tecnologia, por meio de material virtual como um OAM, pode auxiliar os estudantes a sanarem essas defasagens, compreendendo os números complexos por meio de uma visão geométrica.

Referências

BARROS, André Luiz Coelho de. **Números Complexos no Ensino Médio**. 2014. 57f. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Departamento de Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

BATISTA, Silvia Cristina Freitas. **SoftMat**: um repositório de softwares para Matemática do Ensino Médio — um instrumento em prol de posturas mais conscientes na seleção de softwares educacionais. 2004. 186f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) — Centro de Ciência e Tecnologia. Universidade Estadual do Norte Fluminense. Rio de Janeiro.

BETTIO, Raphael Winkler de; MARTINS, Alejandro. **Objetos de Aprendizado**: um novo modelo direcionado ao Ensino a Distância. São Paulo: Cortez, 2002.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 92-120.

BOAS JUNIOR, Valdencastro Pereira Vilas. **Números Complexos**: Interpretação geométrica e aplicações. 2014. 58f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Instituto de Matemática. Universidade Federal da Bahia. Salvador.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, p. 12-22.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

COELHO, Michelle da Costa Barros. **Números Complexos e suas aplicações geométricas no ensino superior**. 2013. 112f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) — Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Rio de Janeiro.

COSTA, Jefferson Carmo da. **Números Complexos**: uma abordagem com ênfase em

aplicações na matemática e em outras áreas. 2016. 67f. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Departamento de Matemática. Universidade Federal do Maranhão. São Luís.

CRESWELL, John Ward. **Projeto de Pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

ELI, Juliano. **Números complexos e suas aplicações: uma proposta de ensino contextualizado com abordagem histórica**. 2014. 171f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) — Centro de Ciências Exatas e Naturais. Universidade Regional de Blumenau. Blumenau.

GERMANO, José Gleisson da Costa. **Uma proposta de abordagem dos Números Complexos com o uso do Geogebra**. 2016. 132f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) — Centro de Ciências. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 1999.

GUDWIN, Ricardo. **Aprendizagem Ativa**. Disponível em: <http://faculty.dca.fee.unicamp.br/gudwin/activelearning>. Acesso em: 14 set. 2022.

LIMA, José Valdeni de; SINGO, Felix; CANTO FILHO, Alberto; MÜLLER, Thaísa; SILVA, Flávia (Org.). **Objetos de aprendizagem multimodais: projetos e aplicações**. Barcelona (ES): Editorial UOC, 2014.

MELLO, Sílvio Quintino de; SANTOS, Renato Pires dos. O ensino de Matemática e a educação profissional: a aplicabilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 7, n. 2, p. 51-64, jul./dez. 2005.

MONZON, Larissa Weyh. **Números Complexos e funções de variável complexa no ensino médio uma proposta didática com uso de objeto de aprendizagem**. 2012. 134f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) — Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva**. 3. ed. rev. e ampl. Ijuí: Editora Unijuí, 2016.

MORALES, Andréa Cantarelli; PUHL, Cassiano Scott; LIMA, Isolda Gianni de. Números complexos e corrente alternada: um contexto interdisciplinar. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 41., 2013, Gramado. **Anais do 41º COBENGE**. Gramado: UFRGS, 2013.

NETO, Rafael Vassallo. O ensino de números complexos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais do 11º ENEM**. Curitiba, 2013.

PINTO, José Eustáquio. **Objeto de aprendizagem para o ensino de Números Complexos com aplicações na área técnica em Eletroeletrônica**. 2015. 112f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte.

PORTOLAN, Juliano. **A importância do ensino de números complexos no Ensino Médio, na visão dos professores de matemática, em alguns municípios da região oeste do Paraná.** 2017. 96f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba.

PUHL, Cassiano Scott. **Números complexos: interação e aprendizagem.** 2016. 244f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul.

PUHL, Cassiano Scott; LIMA, Isolda Gianni de. From Vectors to the Complex Numbers. In: ACTIVE LEARNING IN ENGINEERING EDUCATION WORKSHOP, 12., 2014, Caxias do Sul. **Anais da 12^o ALE.** Brasília: ABENGE, 2014. p. 300-307.

PUHL, Cassiano Scott; LIMA, Isolda Gianni de. Na busca de desenvolver uma aprendizagem significativa de números complexos. In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2014, Passo Fundo. **Anais da 5^o Jornada Nacional de Educação Matemática.** Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo, 2015.

REIS, Antonio Carlos Moreira. **A Aplicação dos Números Complexos aos Circuitos de Corrente Alternada no Ensino Técnico:** Uma análise no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI). 2009. 98f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Luterana do Brasil. Canoas.

TAROUCO, Liane Margarida Rockenbach; SANTOS, Pedro Moiano Escobar dos; ÁVILA, Barbara; GRANDO, Anita Raquel; ABREU, Cristiane de Souza. Multimídia Interativa: Princípios e Ferramentas. **Renote**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 1-9, jul. 2009.

WILEY, David. **The instructional use of learning objects**, 2000. Disponível em: <http://reusability.org/read/>. Acesso: 21 maio 2022.