

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

PROBLEM SOLVING: A DIDACTICAL PROPOSAL IN TEACHERS' EDUCATION

Célia Barros Nunes

Universidade do Estado da Bahia/ Departamento de Educação/ Campus X,
celiabns@gmail.com

Resumo

Este estudo tem como objetivo principal compreender e evidenciar as potencialidades didático-matemáticas que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas oferece no sentido de incrementar a aprendizagem e melhorar os processos de ensino da matemática. Para isso, foi desenvolvido um projeto de pesquisa com futuros professores, na disciplina Didática da Matemática, em um curso de Licenciatura em Matemática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, com orientações metodológicas de Romberg (1992), por meio de um fluxograma com dez atividades metodológicas, no intuito de orientar o pesquisador a investigar, a planejar e a desenvolver o seu trabalho. Os instrumentos de coleta de dados foram: diário de bordo do pesquisador, questionário inicial com os discentes e o material produzido por eles durante o curso. A pesquisa revelou uma conscientização, tanto da professora-pesquisadora quanto dos envolvidos na pesquisa, de que um trabalho feito no contexto da resolução de problemas na formação inicial de futuros professores de Matemática, sobretudo na disciplina Didática da Matemática, pode se constituir como um espaço de reflexão, de investigação, de aprendizagem e de desenvolvimento profissional. Além disso, no decorrer da investigação foi possível comprovar uma mudança em crenças dos professores quanto aos conhecimentos matemáticos e pedagógicos, bem como uma participação entusiasta e motivadora dos futuros professores.

Palavras chave: Educação Matemática, Formação de Professores, Didática da Matemática, Resolução de Problemas, Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática.

Abstract

This study aims to understand and highlight the didactic and mathematical capabilities that the Methodology of Teaching-Learning-Assessment Mathematics through Problem Solving offers in order to enhance learning and improve mathematics teaching. For this, a research project was developed with teachers in formation in the subject Didactic of mathematics, in a graduation course in Mathematics. This is a qualitative research with methodological guidelines of Romberg (1992), using a course plan with ten methodological activities, in order to guide the researcher to investigate, plan and develop his work. The instruments for data collection were: logbook researcher, initial questionnaire for the students and the material produced by them during the course. The survey revealed an

awareness of both the teacher-researcher as those involved in the research, that a work done in the context of problem solving in the initial training of future mathematics teachers, especially in the subject Didactic of mathematics, can constitute a space of reflection, research, learning and professional development. Furthermore, during the investigation it was possible to demonstrate a change in beliefs of teachers' mathematical and pedagogical knowledge as well as promote an enthusiastic and motivating participation of future teachers.

Keywords: Mathematical Education, Teacher Training, Teaching Math, Problem Solving, Teaching-Learning-Assessment of Mathematics.

Introdução

[...] Nós ousamos prometer uma Didática Magna, ou seja, uma arte universal de ensinar tudo e a todos; de ensinar de modo certo, para obter resultados; de ensinar de modo fácil, portanto sem que docentes e discentes se molestem ou enfadem, mas, ao contrário, tenham grande alegria; de ensinar de modo sólido, não superficialmente, de qualquer maneira, mas para conduzir a verdadeira cultura, aos bons costumes, a uma piedade mais profunda. [...] Esta arte de ensinar e de aprender, no grau de perfeição a que agora, ao que parece, quer alçar-se, foi em grande parte desconhecida nos séculos passados: por isso, no mundo das letras e das escolas sempre se acumularam canseiras e enfado, incertezas e falhas, erros e imperfeições, razão pela qual somente os dotados de engenho superior podiam aventurar-se em busca de uma instrução mais sólida (COMENIUS, 2006, p.13;15).

Mas como atingir esse preceito, na visão de Comenius, em meio às grandes dificuldades que se apresentam hoje a essa arte de ensinar? Possivelmente um caminho seja a Resolução de Problemas, uma vez que ela se mostra como o núcleo da atividade para a compreensão de conceitos matemáticos, e sua eficácia está em fazer com que o aluno compreenda novos conceitos, habilidades e técnicas matemáticas.

Desejando contribuir com a formação inicial de professores de matemática, o presente texto traz um recorte de uma pesquisa de doutorado na qual, a pesquisadora, numa postura de professora-pesquisadora, ao inserir-se no ambiente investigado assumiu a disciplina Didática da Matemática a fim de apresentar a futuros professores uma nova metodologia de trabalho para sala de aula, através da Resolução de Problemas, inspirada nas ideias de Onuchic (1999) que, segundo ela, o problema é o ponto de partida das atividades matemáticas e, na sala de aula, por meio da sua resolução, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

O desenvolvimento da pesquisa esteve apoiado em ideias de outros pesquisadores que estudam os seguintes eixos temáticos: a didática na formação de professores de matemática; a resolução de problemas na formação de professores de matemática; e a geometria na história e seu ensino-aprendizagem. Para este texto será feita uma breve explanação teórica dos dois primeiros eixos.

A didática na formação do professor de matemática

Considerando a formação inicial de professores de matemática como aquela que visa a formar o profissional para atuar na Educação Básica, Nunes (2010) enfatiza a importância de algumas ações diretas aos programas de formação de professores para obter competência no exercício da prática docente. Dentre elas: ajudar os futuros professores a analisarem as suas concepções sobre a Matemática, sobre o ensino de Matemática e sobre a Educação; ajudá-los a desenvolver os seus conhecimentos de Matemática, de Pedagogia e de Educação em geral; acompanhá-los nas suas experiências práticas e nas suas experiências formativas de forma que, a partir delas, possam aplicar, integrar, relacionar e/ou questionar os conhecimentos teóricos que adquirem na sua formação inicial, atribuindo-lhes um real significado. Enfim, questões de conhecimentos, de concepções e de práticas e das suas múltiplas relações não podem deixar de ser consideradas na organização da formação inicial de professores de matemática. Fernandes et al.(1997), ao falar de formação inicial de professores, ressalta que tal formação não pode se consubstanciar numa mera prescrição de um conjunto de saberes mais ou menos acadêmicos. Complementa dizendo que seria errado pensar-se que formar professores é um processo que se desenvolve ensinando matérias, sem considerar questões de natureza social e cultural.

Faz-se necessário compreender que a concepção e o desenvolvimento de programas de formação de professores ou a de materiais instrucionais para os alunos são atividades de índole marcadamente prática que, no entanto, suscitam a necessidade da reflexão e aprofundamento teórico para compreender e melhorar a respectiva prática docente. Fernandes et al. (1997, p. 9) reforçam que “há sempre uma forte interação entre a construção do conhecimento através das experiências práticas e a tentativa de racionalização, de organização e de reconstrução teórica desse mesmo conhecimento”.

Levando em conta as ideias acima explicitadas, pressupõe-se que a Didática da Matemática contribui favoravelmente, sobretudo, na sua área científica, quando é possível discutir e investigar formas de organizar o ensino e a aprendizagem da matemática. Daí, a importância de se olhar para a Didática da Matemática, não apenas como um simples domínio da prática profissional, mas como um campo científico que tem por finalidade “identificar, caracterizar e compreender os fenômenos e processos que condicionam o ensino e a aprendizagem da Matemática” (D’AMORE, 2007, p. 97). É, necessariamente, na área científica da Didática da Matemática que se deve contextualizar e fundamentar as problemáticas relacionadas com a formação de professores, com o desenvolvimento de programas e de materiais instrucionais ou com o estudo de formas de aprender e de ensinar.

Reconhecendo a importância de uma didática específica na formação de futuros professores, D’Amore (2007), acredita que não basta apenas ao professor ter um conhecimento específico da matéria. A preparação específica é absolutamente necessária, mas não suficiente. Confirma ele que:

[...] a Matemática, a Didática da Matemática e a Didática Geral são necessárias para a formação de um professor de Matemática, mas nenhuma das três é suficiente, juntas concorrem para tal. Ainda que a

primeira tenha, por assim dizer, um papel primário: não é possível pensar que se possa ensinar Matemática sem uma sólida preparação prévia em Matemática; não é possível pensar em desenvolver questões críticas de caráter epistemológico e didático sobre a matemática se não se está bem preparado em matemática. De fato, não se pode entender o sentido de uma didática disciplinar se não se possui em profundidade a disciplina (D'AMORE, 2007, p. 387).

Alarcão (2006) defende um ensino de didática com total envolvimento dos alunos em atividades de ensino como estratégia de mobilização dos conhecimentos no sentido de sua articulação e, ao mesmo tempo, como processo de estabelecimento de pontes entre a teoria e a prática, explicitando que não se trata, nesse caso, de um ensino de natureza prática.

Pelo contrário, tenho praticado com êxito uma metodologia que se desenrola em quatro fases: conhecimento, observação do conhecimento aplicado por outros, atividade pedagógico-didática e auto-observação e reflexão sobre a ação realizada. Nesta abordagem, conjuga-se a perspectiva da racionalidade técnica com a perspectiva da epistemologia da prática. Sem experiência prévia, os alunos não podem refletir sobre sua atuação, sem referentes teóricos, não podem observar e descrever de uma forma significativa (ALARCÃO, 2006, p. 178).

Por todos esses motivos convém sugerir que o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem da matemática, em sala de aula, seja através de *Resolução de Problemas*, que está demasiadamente ligado à criatividade, à investigação, à reflexão e à tomada de decisões por parte do indivíduo, fazendo uso dessas atividades que essas pessoas desenvolvem no seu cotidiano.

A resolução de problemas na formação de professores de matemática

Programas curriculares de matemática têm defendido, já há algum tempo, a Resolução de Problemas. As novas formas de concebê-la nesses manuais curriculares tem experimentado um processo de (res)significação e levam a novas formas de trabalho em sala de aula. Nunes (2010) acredita que a Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino-aprendizagem da matemática, pode ser vivenciada durante a formação de futuros professores de matemática no curso de licenciatura. Segundo ela “é necessário que a resolução de problemas, como metodologia de ensino, seja estudada, analisada e discutida nas disciplinas pedagógicas da Licenciatura, bem como outras metodologias”. Refletindo as palavras de Nunes (2010), um meio de se fazer aplicações da Didática ao ensino da Matemática em diferentes ramos, possivelmente seja por meio da resolução de problemas, perspectivando fazer da compreensão seu foco central e seu objetivo, uma vez que quanto mais se compreende um conceito, melhor o aluno pode expressar sobre ele.

Nesse sentido, pode-se aferir que a compreensão de matemática, por parte dos alunos, envolve a ideia de que compreender é essencialmente relacionar. Hiebert et al, 1997 (apud Van de Walle, 2009) acreditam que é mais útil pensar na compreensão como algo que resulta da resolução de problemas, antes do que algo que se ensina diretamente, uma vez que

[...] neste mundo em constante mudança, aqueles que compreendem e conseguem fazer matemática terão significativamente maiores oportunidades e melhores opções para construir seus futuros. ... Todos os estudantes devem ter a oportunidade e o apoio necessário para aprender matemática significativamente e com profundidade e compreensão. Não existe nenhum conflito entre equidade e excelência (NCTM, 2000, p. 5).

A Resolução de Problemas constitui uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática e como tal, não deverá ser apresentada como uma parte isolada do currículo de Matemática. Bons problemas poderão proporcionar aos alunos a oportunidade de consolidar e ampliar seus conhecimentos e, se forem bem escolhidos, poderão vir a estimular a aprendizagem da Matemática. Apresenta-se nas orientações curriculares (BRASIL, 1998, 2001; NCTM, 2000) como um dos temas fundamentais da matemática, tanto na investigação quanto no desenvolvimento curricular. Além disso, é uma das tendências no âmbito da Educação Matemática que tem ganhado um espaço privilegiado, sobretudo, no currículo de Matemática. Em seus estudos, Stanick e Kilpatrick (1989) explicam o papel da resolução de problemas na matemática escolar:

[...] o papel da resolução de problemas na matemática escolar é o resultado do conflito entre forças ligadas a ideias antigas e persistentes acerca das vantagens do estudo da matemática e uma variedade de acontecimentos que influenciaram uns aos outros e que ocorreram no princípio do século XX. A principal razão para a maior ênfase dada pelos educadores matemáticos ao ensino da resolução de problemas é que, até este século, era assumido que o estudo da Matemática seria, de uma maneira geral, a melhoria do pensamento das pessoas. [...] Por isso, desde Platão, temos a ideia de que, estudando Matemática, melhoramos as capacidades de pensar, raciocinar, resolver problemas com que confrontaremos no mundo real. [...] Os problemas foram um elemento do currículo de Matemática que contribuiu, tal como outros elementos, para o desenvolvimento do poder de raciocinar (Stanick e Kilpatrick, 1989, p 7-8).

Os *Principles and Standards for School Mathematics* (Princípios e Padrões para a Matemática Escolar, NCTM, 2000) compreende que a Resolução de Problemas significa o engajamento numa tarefa para o qual o método de resolução não é de início conhecido. Para chegar à solução, o aluno precisa buscar em seu conhecimento prévio e, através desse processo, conseguir desenvolver novas compreensões matemáticas. Resolver problemas não é somente um objetivo da aprendizagem matemática, mas, também, um meio importante de se *fazer matemática*¹.

Verbos como investigar, explorar, conjecturar, resolver, justificar, formular, descobrir, construir, etc são verbos de procedimentos científicos indicadores de processo de “atribuir significado” e de compreender (VAN DE WALLE, 2009). Ações que requerem se envolver, correr riscos, colocar as ideias para que outros possam vê-las, isto significa fazer matemática. Essas características pressupõem que o aluno ao se envolver com o tipo de atividade que esses verbos sugerem está pensando ativamente nas ideias

¹ *Fazer matemática* é o que o aluno faz quando, diante de uma situação problema, consegue refletir, explorar, argumentar, conjecturar, justificar, verificar e desenvolver a matemática. Por exemplo, quando se está diante de uma equação do segundo grau e já se conhece o procedimento usado para resolver essa equação, não significa que se está fazendo matemática e, sim, empregando apenas procedimentos já conhecidos e recomendados para sua prática.

matemáticas envolvidas e, nesse sentido, cabe ao professor criar este espírito de investigação, de confiança e de expectativa.

Para Van de Walle (2009), a resolução de problemas deve ser vista como a principal estratégia de ensino, e ele chama a atenção para que o trabalho de ensinar comece sempre onde estão os alunos, ao contrário de outras formas em que o ensino começa onde estão os professores, ignorando-se o que os alunos trazem consigo para a sala de aula. Diz o autor, ainda, que o valor de se ensinar com problemas é muito grande e, apesar de ser difícil, há boas razões para se empreender esse esforço.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001) também adotam a Resolução de Problemas como um caminho para fazer matemática em sala de aula. Enfatizam que o problema é o ponto de partida de uma atividade matemática, e não a definição de conceitos. No processo de ensino-aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas.

Dentro da concepção de trabalhar resolução de problemas conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) é que Onuchic (1999), visando uma forma de ajudar os professores a empregar essa metodologia em suas aulas, em 1998, desenvolveu uma proposta, com a participação de professores em um curso de Formação Continuada, por meio de um roteiro de atividades para se trabalhar em sala de aula, com alunos, de maneira que qualquer objeto matemático pudesse ser trabalhado através da Resolução de Problemas. Essa proposta teve necessidade de se expressar como uma dinâmica para a sala de aula e passou a ser chamada de *Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas*.

No nome dessa metodologia há de se observar que a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, segundo Onuchic (1999) foi criada para expressar a ideia de que ensino e aprendizagem devem acontecer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação. Ela é construída durante a resolução de problemas, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário (ONUCHIC e ALLEVATO, 2009a). Com isso, entende-se que o papel da avaliação muda. Ela deve ser expandida para além do conceito tradicional da realização de provas. Trabalhar a avaliação continuamente poderá ajudar a tornar o pensamento dos estudantes visíveis para eles mesmos, para seus colegas e para os professores.

Uma dinâmica é apresentada por Onuchic e Allevato (2009a) para ajudar os professores a empregar essa metodologia em suas aulas. A princípio, o professor deverá *preparar o problema* visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, nomeado de *problema gerador*, o que conduzirá ao conteúdo que o professor planejou construir naquela aula. Já em sala de aula, depois de entregar o problema a cada aluno, deixar que faça uma *leitura individual* e logo após, formar grupos e solicitar nova *leitura do problema em conjunto*. De posse do problema, os alunos, em seus grupos, buscam *resolvê-lo*. O professor, numa atitude de *observador e incentivador*, observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda,

como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. Incentiva-os, também, a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver *problemas secundários* que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

Dando continuidade ao trabalho, representantes dos grupos são convidados a *registrar, na lousa, suas resoluções*. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam. Agora, num trabalho em conjunto, discute-se as diferentes resoluções registradas na lousa, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Considera-se que este momento, denominado *plenária*, é bastante rico para a aprendizagem, uma vez que nesse momento, ao discutir os erros e acertos, espera-se que a aprendizagem aconteça. Espera-se uma participação mais efetiva do aluno, no qual ele tem a oportunidade de discutir, explorar, tomar decisões, etc. Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um *consenso* sobre o resultado correto.

Por fim, o professor registra na lousa, ou por escrito, uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. Esse momento é denominado de *Formalização*.

Vale ressaltar que quando se faz uso dessa metodologia, há uma forte atividade de investigação, tanto por parte do professor quanto por parte do aluno sobre todo o processo. Os problemas são propostos aos estudantes antes mesmo de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor, favorecendo, dessa forma, a aprendizagem.

O caminho metodológico

A metodologia utilizada na pesquisa foi de natureza qualitativa seguindo orientações metodológicas de Romberg (1992) por meio de um fluxograma com dez atividades metodológicas essenciais no desenvolvimento de uma pesquisa, no intuito de orientar o pesquisador a investigar, a planejar e a desenvolver o seu trabalho. Esse fluxograma constitui-se de três momentos na pesquisa: O primeiro bloco – atividades 1 a 4 (fenômeno de interesse, modelo preliminar, relacionar com ideias de outros, pergunta ou conjectura) – é considerado o mais importante, pois essas atividades são envolvidas

com situar as ideias de alguém sobre um particular problema no trabalho de outros estudiosos e decidir o que investigar. É o momento de *identificação do problema* de pesquisa. O segundo bloco – atividades 5 e 6 (Selecionar estratégias e procedimentos de pesquisa) – é compreendido como a *busca da solução do problema* de pesquisa, ou seja, essas atividades envolvem a tomada de decisões sobre que tipo de evidência coletar e como deve ser feita essa coleta; e o terceiro bloco – atividades 7 a 10 – refere-se a *coletar dados* para, então, interpretar e dar sentido às informações coletadas, relatar os resultados e, conseqüentemente, apresentá-los para outros pesquisadores.

Toda pesquisa começa com uma curiosidade do pesquisador e se apresenta como um ponto de partida de uma investigação, denominado, por Romberg (1992) como fenômeno de interesse². Por conseguinte, essa pesquisa buscou investigar, compreender e evidenciar as potencialidades didático-matemáticas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas oferece no sentido de incrementar a aprendizagem e melhorar os processos de ensino, bem como o de promover o aprimoramento das práticas de futuros professores no contexto de sala de aula de Matemática.

Para alcançar tal objetivo foram escolhidos como sujeitos da pesquisa, alunos do 4º semestre do curso de Licenciatura em Matemática, num total de 14 alunos, da Universidade Estadual da Bahia – UNEB/Campus X, Teixeira de Freitas, Bahia. Era uma turma heterogênea, numa faixa etária de 20 a 50 anos, em sua maioria, constituída de homens. Em nível de conhecimento, pode-se dizer que era uma turma de nível médio, com várias lacunas em relação ao conhecimento matemático, sobretudo o de Geometria.

A coleta de dados se deu quando a pesquisadora se inseriu no ambiente a ser pesquisado na condição de professora-pesquisadora para ministrar as disciplinas: Didática da Matemática e Laboratório de Ensino da Matemática II. Para sua implementação foram criados dois projetos de ensino, denominados P₁ e P₂, referentes às disciplinas mencionadas, respectivamente. Pretendendo executar os dois projetos, foi elaborado um roteiro de atividades³ que foi trabalhado ao longo de 15 encontros em cada disciplina. Os instrumentos usados para a coleta de dados foram: diário de bordo do pesquisador, questionário com os discentes e o material produzido por eles durante o curso, questionários respondidos por cada aluno, no início e no final da disciplina, filmagem, documentos escritos e produzidos pelos alunos (atividades⁴).

O Projeto criado para se trabalhar na disciplina Didática da Matemática (P₁) teve por finalidade deixar os alunos da Licenciatura, conscientes de seu papel como futuro professor de Matemática, além disso, levá-los a perceber que a Didática, seja ela geral ou específica, não se configura apenas como uma orientação para a prática, como uma espécie de receituário do ensino. Mais que isso, “ela constitui um campo científico, onde se realiza o trabalho de investigação e de produção de novo conhecimento” (PONTE, 1999, p. 4). Questionamentos como: o que é preciso fazer e saber para tornar o ensino de Matemática mais eficaz; como aprendem os alunos; quais são os instrumentos

² Fato ou evento de interesse científico que pode ser descrito ou explicado cientificamente.

³ Maiores detalhes desse roteiro de atividades se encontra em Nunes (2010).

⁴ As atividades propostas ao aluno entende-se como um *problema*, uma vez que problema é tudo aquilo que não sei fazer, mas estou interessada em fazer (ONUChic, 1999).

metodológicos para adaptar o ensino às capacidades individuais; como avaliar a eficácia da escolha metodológica; como e quais instrumentos avaliar, tudo isso nos levam a uma investigação em Didática que devem estar ancorados em bases teóricas profundas e sólidas, uma vez que, para muitos professores ensinar é uma mera questão de intuição, com base na experiência, do que um processo com base na reflexão e na formação profissional. Tais questionamentos estavam ancorados em leituras referentes à formação de professores, à resolução de problemas, a artigos relacionados à didática, particularmente, a didática da matemática.

Apresentação e discussão de problemas propostos aos alunos

Para garantir que os alunos construam um conhecimento adequado de matemática, contextualizado e que faça sentido, é necessário que o professor reflita, investigue e venha a formular ou escolher cuidadosamente os problemas que irá propor. Pois como já foi dito antes, o problema nessa metodologia deve ser gerador de novos conceitos e conteúdos matemáticos.

Nesse sentido, o professor prepara a aula destacando qual é o foco matemático pretendido por ele. Escolhe as estratégias que poderão ser adotadas para resolver o problema dado; resolve-o completamente (antes da aula) usando as estratégias adotadas; prepara questionamentos que poderão ser aplicados à plenária; leva o enunciado do problema, por escrito para cada aluno. Assim estes estarão preparados para a formalização do material matemático novo, que será construído a partir do problema dado.

No intuito de apresentar toda a dinâmica da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, foi apresentado aos sujeitos da pesquisa, o problema gerador, no intuito de abordar conceitos relacionados e explorar diferentes estratégias de resolução.

- Em 47 quantos 7 há?

Esta questão teve por objetivo reconstruir o conceito de divisão. A análise e discussão desse problema se deram através dos grupos denominados A, B e C.

Ao receberem o problema os alunos começaram a interpretá-lo se posicionando da seguinte forma:

- Acho que é pegar 7 mais 7 mais 7 até chegar em 47;

- Há um 7 no lugar das unidades;

- Quantas vezes o 7 cabe no 47...

Ao observar os grupos trabalhando colaborativamente, a professora presenciou discussões como:

- Se pensarmos em quantos 7 há de 0 a 47, há 5 setes.

- Que 47 é esse? Essa pergunta do problema é tendenciosa, dá a entender que o problema tem vários resultados.

De fato, há várias interpretações para esse problema. Possivelmente, a leitura e interpretação errônea que os alunos deram ao problema, está associada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. Como também, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, assim como o uso de termos específicos da matemática que, não fazem parte do cotidiano do aluno, e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela podem constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão e conseqüentemente, a aprendizagem. Com isso, faz-se necessário reforçar que o aluno precisa aprender a ler matemática, no sentido de ler para aprender, pois, segundo (NACARATO, MENGALI e PASSOS, 2009) para interpretar um texto matemático é necessário familiarizar-se com a linguagem e com os símbolos próprios desse componente curricular e encontrar sentido naquilo que lê, compreendendo o significado das formas escritas.

Algumas resoluções apresentadas pelos grupos na lousa:

Grupo A:

$$\begin{array}{r|l} 47 & 7 \\ \hline 5 & 6 \end{array}$$

Resp: Em 47 cabem seis grupos de 7.

Como esses alunos mais recentemente trabalharam com números reais, parece que acreditavam que, na Universidade, não se lhes poderia pedir a resolução de problemas envolvendo apenas números naturais. Essa hipótese é reforçada na fala abaixo do **Grupo B**

- *Como se trata de números totalmente abstratos, não temos uma resposta;*
- *Pensando na representação do número real 47, há apenas um 7;*
- *Pensando no processo de contagem do zero ao 47, temos 0,7; 0,07; 0,77; 1,7;...há infinitos 7;*
- *Na possibilidade de usar a operação de divisão, há seis 7.*

E, no **Grupo C**, foi dito

- *Analisando através da pergunta, achamos que o número 47 é uma representação numérica, então concluímos que no número 47 há um 7.*

Na Plenária, houve uma discussão intensa sobre a resolução e solução do problema e uma participação efetiva de toda a classe. As diferentes posições foram discutidas e alguns alunos foram defendendo suas respostas, conforme se percebe nas resoluções apresentadas na lousa pelos grupos.

Depois de toda exploração do problema, buscou-se chegar a um consenso. De fato, era um problema que envolvia divisão, onde o grupo A o resolveu, no entanto, sem dar o significado aos vários termos que aparecem nesse processo algorítmico. Ou seja, ao usarem a operação divisão, indicada abaixo, não perceberam que esse algoritmo nos leva ao conceito de divisão $D = q \times d + r$.

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividendo} \\
 47 \quad | \quad 7 \text{ Divisor} \\
 \underline{- 42} \quad 6 \text{ Quociente} \\
 \text{Resto } 5
 \end{array}$$

Onde, cada termo pode ser entendido como:

Dividendo(D) – o que sofre a ação;

Divisor(d) – o que faz a ação;

Quociente(q) – diz o número de vezes que a ação foi feita;

Resto (r) – o que sobrou depois que a ação foi feita o maior número de vezes.

A professora, como formalizadora do conteúdo a que se propunha a esse problema, foi até a lousa chamando a atenção dos alunos para outra diferente apresentação.

Assim, pensando na *subtração sucessiva*, escreveu

$$\begin{array}{cccccc}
 47 & 40 & 33 & 26 & 19 & 12 \\
 \underline{-7} & \underline{-7} & \underline{-7} & \underline{-7} & \underline{-7} & \underline{-7} \\
 40 & 33 & 26 & 19 & 12 & 5
 \end{array}$$

Dessa forma, pôde se constatar que o 7 coube em 47, seis vezes e o resto é 5.

Nesse momento, um aluno interveio mostrando sua resolução na lousa, examinando a divisão a partir da tabuada dos sete e, explicando, disse que 47 está entre 42 e 49, e portanto, há seis 7.

$$\begin{array}{ll}
 1 \times 7 = 7 & 5 \times 7 = 35 \\
 2 \times 7 = 14 & 6 \times 7 = 42 \\
 3 \times 7 = 21 & 7 \times 7 = 49 \\
 4 \times 7 = 28 &
 \end{array}$$

A professora aproveitou a interferência do aluno e explicou que assim estariam construindo o conceito da multiplicação e, portanto, o 7 cabe em 47, 6 vezes e sobram 5.

Da mesma forma, foi trabalhado um novo problema seguindo as mesmas ideias do problema anterior, estendendo o conjunto numérico dos números naturais, N para o conjunto dos números racionais, Q , como se pode ver a seguir:

Em $\frac{5}{6}$ quantos $\frac{2}{3}$ há? Considerando-se $\frac{5}{6}$ e $\frac{2}{3}$ como frações.

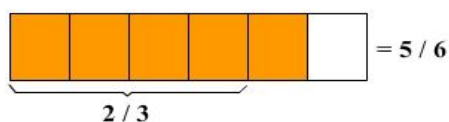
O que muda aqui com esse problema é a técnica operatória, pois os números agora são racionais. Algumas resoluções apresentadas pelos alunos:

$$1) \quad \frac{5}{6} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$2) \quad \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$3) \quad \frac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$$

4)



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}, \text{ pois } \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}.$$

Então, $2/3$ coube uma vez e sobrou $1/6$.

Foi percebido pelos alunos que, neste problema, a ideia era a mesma do problema anterior e, assim, pensaram que se podia fazer, também, a subtração sucessiva, como visto na resposta 2.

Nesse momento, utilizando um recurso manipulativo, a professora entregou duas folhas de papel sulfite, de mesmo tamanho, e pediu a cada aluno que dividisse uma delas em seis partes iguais e a outra em três partes iguais. Pediu que as reduzisse respectivamente a $5/6$ e $2/3$. Por último, deveriam comparar os $5/6$ com os $2/3$. Ao colocarem $2/3$ sobre $5/6$ viram que sobrava $1/6$ da folha uma vez e alguns alunos disseram que $2/3$ cabiam em $5/6$ uma vez e $1/6$. Mas, o que foi pedido era “quantas vezes” e a sobra de $1/6$ da folha correspondia exatamente a $1/4$ da vez.

Então, a resposta é: cabe 1 vez mais $1/4$ da vez, isto é, $5/4$ da vez. Representando graficamente essa resolução se mostraria assim:

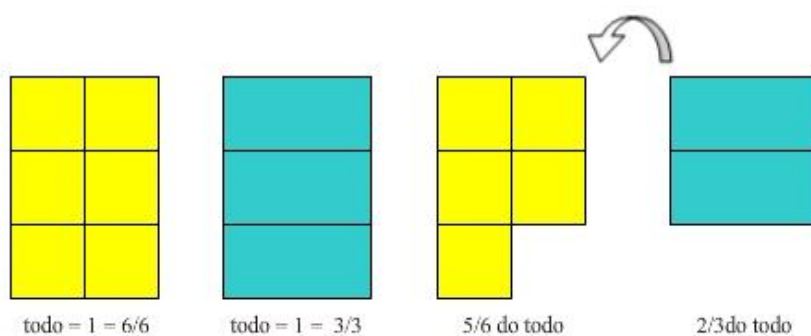


Figura 1 - Divisão da folha de papel sulfite em partes iguais.

Pondo os $2/3$ sobre os $5/6$, pode-se ver que os $2/3$ couberam em $5/6$ uma vez inteira, mas sobrou $1/6$ do todo para ser coberto. Como $1/6$ do todo = $1/4$ da parte, então $2/3$ couberam em $5/6$, 1 vez mais $1/4$ da vez = $1 \frac{1}{4}$.

Outra análise feita sobre esse problema exigiu que se chamasse a atenção de que, nos números racionais, a divisão é sempre possível. Assim, em Q o resto da divisão é sempre zero. Logo, como visto, essa divisão pôde se apresentar na forma

$$5/6 \overline{) 2/3}$$

$$0 \quad q$$

$$\text{Portanto, } q \times 2/3 = 5/6.$$

Como o que se quer achar é somente o quociente, multiplicando-se $2/3$ por seu inverso multiplicativo chega-se a 1. Mas, para manter a igualdade é necessário multiplicar-se também o segundo membro por esse mesmo número. Assim:

$$q \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{5 \times \cancel{3}}{\cancel{6} \times 2} = \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} \text{ (da vez).}$$

Depois de discutir essas diferentes formas de resolução na lousa, a professora chamou a atenção dos alunos para aquela forma que, usualmente, é ensinada na maioria das salas de aula (resolução 1 e 3): ao dividir uma fração por outra, multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda, sem que isso faça nenhum sentido para o aluno.

Como se pode perceber, o problema não precisa ser complexo para se fazer matemática. Nesses simples problemas muita matemática pôde ser construída ou até mesmo reconstruída: análise dimensional, o conceito de divisão e de multiplicação em N e em Q , formalização desses conceitos, a relação fundamental da divisão, dentre outros.

Vivenciar a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas possibilitou uma maior reflexão a esses futuros professores que, repensando sobre os prévios conceitos e conteúdos matemáticos possuídos, pudessem criar ou até mesmo ressignificar novos conceitos e novos conteúdos matemáticos. Mais que isso, sua aplicação permitiu identificar os erros que os alunos cometem por não terem consigo o domínio dos conceitos e das propriedades matemáticas bem compreendidas.

Enfim, com a aplicação do projeto na disciplina Didática da Matemática, pretendeu-se mostrar aos futuros professores que com essa metodologia pode-se fazer muita matemática e, mais que isso, dar sentido a ela. De fato, uma atividade matemática deve levar em consideração a compreensão atual dos alunos e que lhes faça sentido (Van de Walle, 2009).

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas mostrou-se como algo “novo” para esses futuros professores, como se pode ler em alguns depoimentos:

“... essa metodologia mostrou uma forma diferente de se introduzir novos conceitos e conteúdos de Matemática trabalhando através da resolução de problemas.”

“... foi nos apresentado um novo modo de ensinar Matemática na sala de aula, pois trabalhar a partir da Resolução de Problemas, acredito que nenhum de nós pensava em inserir essa metodologia em nossos planos de aula”.

“Esta disciplina foi bastante interessante, pois achei que seria uma aula chata, tipo do professor que fala, fala e o aluno ouve, ouve. Mas esse não foi o nosso caso. Com o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através de situações problema, a professora fez a sala trabalhar em grupos e interagir, durante a resolução, sendo assim, uma aula mais descontraída e até divertida.”

Na fala dos alunos percebe-se que o curso dado na disciplina Didática da Matemática proporcionou uma mudança de atitude: o refletir sobre o seu ensino, contribuindo para o seu crescimento e desenvolvimento profissional. Daí, a importância de se olhar para a Didática da Matemática, não apenas como um simples domínio da prática profissional, mas como um campo científico que tem por finalidade “identificar, caracterizar e compreender os fenômenos e processos que condicionam o ensino e a aprendizagem da Matemática” (D’AMORE, 2007, p.97).

Trabalhar com essa metodologia favoreceu um ambiente de aprendizagem, promovendo, dessa forma, debates, interações entre os grupos, reflexões sobre como trabalhar através da resolução de problemas. Pode-se dizer que ela é mais que uma metodologia de ensino. “é uma teoria, uma Filosofia da Educação que aborda uma epistemologia da constituição do conceito matemático e/ou resignificação do conceito matemático em um contexto prático de pesquisa, criando possibilidades de um novo pensar matemático” (NUNES, 2010).

Considerações finais

O relato aqui descrito referindo-se a métodos de como apresentar e abordar determinado conteúdo matemático buscou apresentar a futuros professores de matemática, uma alternativa didático metodológica para melhorar a eficácia didática do ensino, a saber, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como um caminho para se ensinar, aprender e avaliar matemática. “Uma proposta dinâmica e prescritível com ações tanto por parte do professor quanto do aluno (Nunes, 2010). O ponto de partida é sempre um problema que gerará novos conceitos e novos conteúdos matemáticos. O ambiente de sala de aula se torna dinâmico com a participação ativa dos alunos nos processos de ensino-aprendizagem. Onuchic e Allevato (2009b) argumentam que essa proposta didática ajuda os alunos a obterem percepções mais profundas acerca da matemática; a estabelecer conexões entre temas matemáticos e não matemáticos, a identificar padrões e a desenvolver a capacidade de resolver problemas.

Para conhecimento e aplicação dessa metodologia, foram selecionados problemas que seriam geradores de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos que

envolvessem os principais ramos da Matemática: Aritmética, Álgebra e Geometria. Foram problemas de natureza simples, mas que levaram esses futuros professores a repensarem e reverem determinados conceitos matemáticos que não eram bem compreendidos por eles, como, por exemplo, o conceito de divisão aqui apresentado nos dois problemas. Muitos deles tinham apenas o conhecimento procedimental⁵ da divisão.

Houve uma participação ativa desses alunos durante os encontros. Diante dos problemas apresentados, mostravam-se interessados e motivados para resolvê-los, mesmo com suas dificuldades. E isso só foi possível devido à aplicação da metodologia de ensino adotada.

Por outro lado, não se pode ignorar que trabalhar com essa metodologia seja uma tarefa fácil para o professor. Ela requer tempo, maturidade, muita reflexão e pesquisa por parte do professor. Ademais, para que ela seja incorporada à prática profissional do licenciando em Matemática, é preciso que seja efetivamente vivenciada não apenas durante a formação de futuros professores em seu curso de Licenciatura nas disciplinas pedagógicas, mas também utilizada pelos docentes que ministram disciplinas nesses cursos, não só para promover a construção de conhecimento matemático específico, mas para oferecer a esses licenciandos a oportunidade de vivenciar e, assim, incorporar à sua prática, essa forma alternativa e mais atual de trabalho nas aulas de Matemática, sempre que possível como caminho para a aprendizagem.

Dessa forma, não se pode ignorar que repensar o modelo de formação de professores é “um passo indispensável para a melhoria da qualidade de ensino de uma maneira geral, e para o ensino de Matemática, em particular” (NUNES, 2010, p. 333). Nesse sentido, é necessário que se faça mudanças urgentes na prática de ensino de muitos professores. Sendo que, essas mudanças devem começar pelos cursos de Licenciatura, pois é nele, que esse futuro professor deve aprender matemática com a finalidade de ensiná-la.

Houve uma conscientização, tanto da professora-pesquisadora quanto dos envolvidos na pesquisa, de que um trabalho feito no contexto da resolução de problemas na formação inicial de futuros professores de Matemática, sobretudo na disciplina Didática da Matemática pode se constituir como um espaço de reflexão, de investigação, de aprendizagem e de desenvolvimento profissional. Durante o curso, buscou-se a experiência prévia dos alunos, bem como referenciais teóricos, pois, conforme Alarcão (2006), sem esses respectivos fundamentos, os alunos não podem refletir sobre sua atuação, nem tampouco observar e descrever de uma forma significativa. Por isso, essas duas componentes vêm primeiro e estabelecem fundamentos.

Com isso, houve uma conscientização dos alunos de que a didática não se configura apenas como um receituário de ensino e sim como uma disciplina viva, dinâmica e motivadora promovendo, dessa forma, a capacidade reflexiva e da autonomia do aluno na construção do seu saber.

⁵ O conhecimento procedimental de Matemática é o conhecimento das regras e dos procedimentos que se usa em levar avante tarefas matemáticas rotineiras e, também, o simbolismo que é usado para representar a Matemática. O conhecimento procedimental de Matemática desempenha um papel verdadeiramente importante tanto na aprendizagem quanto no fazer Matemática (NUNES, 2010, p. 366).

Referências

- ALARCÃO, I. Construção da didática para a formação de professores: reflexões sobre o seu ensino. In: PIMENTA, S. G. (Org.) **Didática e formação de professores**: percursos e perspectivas no Brasil e em Portugal. 4. ed. São Paulo: Editora Cortez, 2006. p. 159-190.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática 3º e 4º ciclos: Matemática. Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática 3º e 4º ciclos: Matemática. Brasília: MEC, 2001.
- COMENIUS. **Didática Magna**. Tradução: Ivone Castilho Benedetti. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.
- D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. Tradução: Maria Cristina Bonami. São Paulo: Editora e Livraria da Física, 2007.
- FERNANDES, D., LESTER, F. JR., BORRALHO, A & VALE, I. **Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática**: múltiplos contextos e perspectivas. Grupo de Investigação em Resolução de Problemas. Aveiro, Portugal: Grafis – Coop. De Artes Gráfica, 1997.
- NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.
- NCTM, **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- NUNES, C. B. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas**: perspectivas didático matemáticas na formação inicial de professores de matemática. 2010. 430 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2010.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Org.). **Coleção SBEM**. Vol. 5. Recife: SBEM, 2009a. p. 169-187.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Um trabalho com concepções errôneas na Licenciatura em Matemática através da resolução de problemas. In: II CONGRESSO DAS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA, 2009, São Paulo. **Anais...** São Paulo, Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2009b. p. 1-10.
- ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectiva. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

PONTE, J. P. Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In: TAVARES, J.; PEREIRA, A.; PEDRO, A. P. & SÁ, H. A. (Ed.). Investigar e Formar em Educação: **Actas do IV Congresso da SPCE**. Porto: SPCE, 1999. p. 1-17.

ROMBERG, T. A. Perspectives on scholarship and research methods. In: GROUWS, D. A. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan Publishing and Company, cap. 3, 1992, p. 49-64.

STANICK, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.) **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**: Research Agenda for Mathematics Education, vol. 3, Lawrence Erlbaum Associates. National Council of Teachers of Mathematics, 1989, p.1-22.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Submissão: 06/03/2014
Aceite: 27/09/2014