

ENSINAR E APRENDER GEOMETRIA ANALÍTICA COM TECNOLOGIAS DIGITAIS POR MEIO DE UM TRABALHO COLABORATIVO

TEACHING AND LEARNING ANALYTICAL GEOMETRY WITH DIGITAL TECHNOLOGIES THROUGH A COLLABORATIVE WORK

Érika Maria Chioca Lopes

Universidade Federal de Uberlândia/Faculdade de Matemática/erikalopes@ufu.br

Arlindo José de Souza Junior

Universidade Federal de Uberlândia/Faculdade de Matemática/arlindoufu@gmail.com

Resumo

Este artigo apresenta alguns resultados de uma pesquisa de abordagem qualitativa, com o objetivo de compreender a dinâmica de trabalho de um grupo de professores e alunos no processo de constituição e implementação de uma proposta, desenvolvida na Faculdade de Matemática de uma universidade pública. A proposta foi desenvolvida para o ensino presencial de Geometria Analítica, em dois semestres letivos consecutivos. Essencialmente, as aulas presenciais foram complementadas por um ambiente virtual de aprendizagem criado na plataforma *Moodle*, que continha diversos materiais e atividades, algumas numa interface do *GeoGebra*. Analisamos as características colaborativas que emergiram nesse trabalho e a forma como as tecnologias digitais foram integradas a ele, fundamentados em Fiorentini, Ferreira, Souza Junior, entre outros pesquisadores dessa temática. Como resultados da pesquisa, identificamos que o ambiente virtual de aprendizagem ofereceu diferentes possibilidades de interação dos estudantes com o conteúdo e proporcionou o acompanhamento constante da produção dos estudantes nos diferentes tipos de interação. A escolha pelo caminho da reformulação dos modelos pedagógicos prévios dos professores do grupo para um novo modelo, que integrou *Moodle* e *GeoGebra* ao ensino de Geometria Analítica, foi fundamental para o engajamento dos envolvidos e viabilizou a realização de um trabalho colaborativo inovador nessa faculdade.

Palavras-chave: Geometria Analítica; Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação; Trabalho colaborativo.

Abstract

This paper presents some results of a qualitative research, aiming to understand the work dynamics of a group of professors and students in the process of constitution and implementation of the pedagogical proposal, developed in the Faculty of Mathematics of a federal university. The proposal was developed for face-to-face teaching of Analytical Geometry, in two consecutive semesters. Essentially, the face-to-face lessons were complemented by a virtual learning environment created on the *Moodle* platform, which contained various materials and activities, some in a *GeoGebra* interface. We analyze the collaborative characteristics that emerged in this work and the way in which the digital

technologies were integrated to it, based on Fiorentini, Ferreira, Souza Junior, among other researchers on this subject, through the monitoring of group meetings and project documents. As results of the research, we identified that the virtual learning environment offered different possibilities of students' interaction with the content and provided constant monitoring of the students' production in the different types of interaction. The choice for the reformulation of the previous pedagogical models of the professors of the group to a new model that integrated *Moodle* and *GeoGebra* to the teaching of Analytical Geometry was fundamental for the engagement of those involved and made possible the accomplishment of an innovative collaborative work in this Faculty.

Keywords: Analytic Geometry. Digital Information and Communication Technologies; Collaborative work.

Introdução

O desenvolvimento das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e sua utilização, cada dia mais disseminada, propiciaram novas perspectivas para a Educação, nas quais novos espaços para a atuação do professor foram abertos (MORAN, 2004). Desde então, muitos pesquisadores têm trabalhado na busca pela compreensão de formas para se explorar os recursos tecnológicos digitais, no sentido de melhoria dos processos de ensino e aprendizagem.

Na disciplina de Geometria Analítica (GA), obrigatória para diversos cursos de graduação na universidade, identificamos, pela nossa própria experiência de atuação no Ensino Superior e por algumas pesquisas levantadas¹, que: as práticas tradicionais e corriqueiras se baseiam em aulas expositivas, seguidas da resolução de extensas listas de exercícios baseados na aplicação de fórmulas. Nesse modelo, as plataformas virtuais de ensino, quando utilizadas, são espaços apenas para compartilhamento de materiais digitalizados. Ainda, em algumas universidades, observamos que tais ambientes são direcionados apenas para estudantes reprovados em experiências presenciais regulares. Além disso, observamos que a inserção de tecnologias em trabalhos educativos relativos ao ensino de GA ocorre por meio de tentativas isoladas ou pontuais.

As recentes pesquisas de mestrado e doutorado sobre o ensino de GA com TDIC na universidade, analisadas por Souza Junior e Lopes (2017), revelam iniciativas individualizadas de utilização de *softwares* ou plataformas virtuais e apresentam problemáticas que apontam diversos desafios/dificuldades presentes nesse contexto: a articulação entre Álgebra, Geometria e *softwares*, o desinteresse e dificuldade de aprendizagem dos estudantes, a falta de base matemática dos ingressantes universitários, os desdobramentos do ensino dessa disciplina para a formação do professor de Matemática, entre outras menos citadas. Também nesse contexto, foram apresentados em edições passadas do SIPEM (Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática) dois trabalhos sobre as dificuldades de estudantes universitários em GA: Dalle mole e Groenwald (2012) e Nasser, Vaz e Torraca (2015).

Com relação às plataformas virtuais, concordamos que, mais do que um repositório de informações digitalizadas, sua utilização, planejada pelo professor, pode configurá-las como Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA), os quais:

¹ Por exemplo, Richit (2005) e Pires (2016).

permitem integrar múltiplas mídias, linguagens e recursos, apresentar informações de maneira organizada, desenvolver interações entre pessoas e objetos de conhecimento, elaborar e socializar produções tendo em vista atingir determinados objetivos. (ALMEIDA, 2003, p. 331)

O desafio de combinar o tempo em sala de aula com a utilização de um AVA foi encarado por um grupo de professores e bolsistas de um projeto, aqui denominado PROSSIGA-GA, desenvolvido na Faculdade de Matemática de uma universidade pública. Nele, o grupo se dispôs a pensar coletivamente a criação e implementação de um AVA para apoiar uma proposta pedagógica presencial para a disciplina de Geometria Analítica.

Neste artigo, procuramos compreender a dinâmica de trabalho do grupo no processo de constituição e implementação da proposta pedagógica do PROSSIGA-GA, visando analisar as características colaborativas que emergiram nesse trabalho e a forma como algumas TDIC foram integradas a ele. Trata-se de um recorte de uma pesquisa mais ampla, de abordagem qualitativa, a qual procurou analisar diversos aspectos desse processo. Na pesquisa, apoiada metodologicamente em González Rey (2005), tomamos como fontes de dados os documentos disponíveis (projeto inicial, relatórios, planos de ensino), os materiais disponibilizados no AVA, o caderno de campo da primeira autora, com registros das reuniões do grupo, e as entrevistas concedidas por estudantes matriculados na disciplina de GA durante a implementação dessa proposta pedagógica.

Para atingir o objetivo proposto para este artigo, fundamentamo-nos em pesquisadores que investigam trabalhos colaborativos, como Fiorentini (2004), Ferreira (2003), Souza Junior (2000), entre outros. Optamos por construir uma narrativa de análise que entrelaça os dados empíricos recolhidos sobre e na proposta pedagógica do PROSSIGA-GA, com esses fundamentos teóricos e com nossas interpretações enquanto pesquisadores. A análise da dinâmica de trabalho estabelecida pelo grupo foi dividida em duas seções, correspondentes às fases de construção e implementação do PROSSIGA-GA nas turmas participantes.

A fase de construção da proposta pedagógica

O projeto PROSSIGA-GA nasceu das preocupações, compartilhadas por alguns professores da Faculdade de Matemática, com a aprendizagem e o desempenho dos estudantes nas disciplinas matemáticas iniciais oferecidas nos cursos de graduação, tais como Geometria Analítica e disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

Motivados por experiências digitais da prática profissional de alguns professores e pela possibilidade, proporcionada por um edital da Pró-Reitoria de Graduação, de oferecer auxílio financeiro para compra de materiais de consumo e concessão de bolsas para alunos, formou-se uma equipe de trabalho. Esta se reuniu, discutiu e planejou ações a serem desenvolvidas para as turmas de GA de diversos cursos.

Na fase preliminar, quando o projeto estava em elaboração para ser submetido ao edital, a escolha de uma professora para assumir a coordenação do projeto foi decidida coletivamente, numa reunião com os professores envolvidos, na qual também se resolveu que outro professor atuaria como sub-coordenador. A nosso ver, as experiências anteriores dos dois docentes, a primeira com organização de eventos e coordenação de projetos de ensino, e o segundo com o uso de tecnologias digitais na educação, favoreceram essa decisão. Dessa forma, entendemos que esses dois docentes desempenharam o papel de catalisadores do grupo (BOUTINET, 1990, p. 284) que, munidos de uma “autoridade carismática”, conseguiram explorar expectativas preexistentes e direcioná-las para a ação.

Com o projeto aprovado no referido edital, eles passaram a organizar o trabalho do grupo, formado por nove professores, cinco alunos bolsistas (selecionados entre os alunos que já haviam cursado a disciplina) e dois alunos colaboradores (oriundos de outros projetos de ensino com TDIC). A organização desse trabalho foi dividida em duas fases: em primeiro lugar, o detalhamento da proposta pedagógica submetida no edital e as ações de preparação necessárias para sua aplicação; em segundo lugar, a implementação da proposta pelo grupo nas turmas participantes do projeto.

Nos documentos da proposta, identificamos os propósitos estabelecidos para o processo de ensino-aprendizagem de GA: preencher lacunas da formação preliminar dos estudantes (ingressantes na universidade), tanto quanto trabalhar conhecimentos e habilidades necessários durante toda a sua formação acadêmica. Com esses propósitos, aliados à intenção declarada na proposta de integrar recursos tecnológicos ao trabalho educativo, o grupo de professores se uniu para idealizar um AVA para as turmas de GA e, juntamente com os alunos bolsistas e colaboradores, organizar o modelo pedagógico, do qual esse ambiente era uma parte importante.

Compartilhamos o entendimento de trabalho colaborativo sintetizado por Fiorentini (2004, p. 50), segundo o qual “Na colaboração, todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e se apóiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo.”. Entre as características de um trabalho colaborativo citadas por esse autor, a voluntariedade foi a primeira a ser observada. De fato, os professores escolheram espontaneamente participar do grupo, a partir do convite feita pela professora, futuramente coordenadora do projeto. Os bolsistas, selecionados num processo de análise de histórico escolar e entrevista, fizeram a opção voluntária por participar dessa seleção, e não de outras.

De maneira similar à pesquisa de Souza Junior (2000), percebemos que o grupo do PROSSIGA-GA era heterogêneo, formado por professores de diferentes áreas da Matemática e por alunos bolsistas e colaboradores de diferentes cursos de graduação. Também podemos afirmar que esse grupo era aberto, visto que conseguiu acolher todos que quiseram participar do projeto: alunos voluntários que desejavam participar, mas não receberiam bolsa, foram aceitos; no segundo semestre letivo, novos professores foram convidados e novos bolsistas, selecionados.

Sobre a utilização de TDIC, os momentos de discussão e decisão sobre recursos a serem utilizados antecederam o planejamento de todos os aspectos da arquitetura pedagógica, por conta das condições institucionais e dos saberes já acumulados pela equipe de docentes que colaboraram no mesmo. Ainda na fase preliminar, durante a primeira reunião do grupo, na qual apenas os professores estavam presentes, optou-se pela utilização da plataforma *Moodle*², em conjunto com o software *GeoGebra*³.

Entre as várias plataformas virtuais existentes, o *Moodle* (acrônimo de *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*) tem sido utilizado por universidades e escolas em todo o mundo, entre elas a universidade investigada. É um sistema de gerenciamento de cursos criado por Martin Dougiamas, como resultado de seu doutorado, cuja primeira versão disponível ao público é de 2002. É uma plataforma de utilização livre e que possui vários recursos didático-pedagógicos, como o acesso a conteúdos disponibilizados pelo professor, a criação de atividades propostas aos estudantes e a interação entre alunos, professor e monitores (VALENTE; MOREIRA; DIAS, 2009).

Nessa universidade, além do *Moodle* ser o sistema adotado para gerenciamento dos cursos na EaD, ele também é utilizado para o ensino presencial. Pelo menos cinco

² Software livre, que pode ser encontrado no seguinte endereço: <https://moodle.org>.

³ Software livre, que pode ser encontrado no seguinte endereço eletrônico: <https://www.geogebra.org>.

professores, integrantes da equipe colaboradora do PROSSIGA-GA, já o tinham utilizado numa dessas modalidades de ensino, em momentos anteriores ao surgimento desse projeto. Dois deles tinham uma experiência mais aprofundada com a produção de materiais e organização dos mesmos na plataforma, no Curso de Graduação em Matemática na modalidade a distância, ofertado na universidade desde o ano de 2013.

A maioria das discussões e decisões do grupo original de professores e bolsistas foi feita durante os cinco meses que antecederam a aplicação da proposta nas salas de aula, em reuniões quase sempre semanais de, pelo menos, duas horas de duração. Essas reuniões eram pautadas pelo diálogo e negociação acerca das decisões pedagógicas e administrativas a serem tomadas e pela divisão de tarefas entre os integrantes do grupo, respeitando as disponibilidades e interesses de cada um.

Esse processo de planejamento da proposta pedagógica pelo grupo de trabalho do PROSSIGA-GA desencadeou, naturalmente, a necessidade de se criar estratégias para a construção da mesma, entre as quais destacamos nessa fase:

- a partir da decisão de utilização do *GeoGebra* em atividades inseridas na plataforma *Moodle*, a coordenadora e o sub-coordenador iniciam um processo de diálogo com o Centro de Tecnologia e Informação (CTI) da universidade, para que fosse realizada a inserção de um *plugin* que viabilizaria essa possibilidade;

- realização de uma pesquisa *online* de opinião, com alunos que cursaram a disciplina de GA dessa universidade nos dois semestres letivos anteriores, para identificar as principais dificuldades na aprendizagem. Essa pesquisa foi elaborada pelos professores e conduzida por um aluno colaborador, que apresentou os resultados numa reunião do grupo;

- elaboração, pelos professores, de uma avaliação diagnóstica inicial, para identificação de conteúdos de matemática básica a serem revistos em aulas de reforço;

- realização de oficinas para os integrantes do projeto (professores e alunos) se apropriarem das ferramentas usuais do *Moodle*, *GeoGebra*, *MatLab*⁴ e *Hot Potatoes*⁵, conduzidas por uma professora e seu aluno;⁶

- divisão de tarefas entre os integrantes do projeto, com prazos combinados para apresentação ao grupo, acerca dos materiais a serem produzidos. Ficou a cargo dos professores, por vezes trabalhando individualmente, por outras em duplas, a elaboração de exercícios para cada tópico do programa de GA e a orientação e acompanhamento dos bolsistas em suas tarefas. As tarefas dos bolsistas foram divididas entre eles e compreendiam: gravação e edição de videoaulas, digitação de listas de exercícios na linguagem *Latex*⁷, implementação de exercícios no *Hot Potatoes*, construção de exercícios no *GeoGebra* e inserção deles no AVA, elaboração de projetos de superfícies quádricas para confecção em impressora 3D.

Percebemos, nessas estratégias, os movimentos feitos pelo grupo para capacitação tecnológica da equipe, juntamente com o processo de elaboração e produção dos materiais, digitais ou não, a serem utilizados. A Figura 1 mostra a organização no AVA de todo o material criado para o primeiro tópico do programa – Vetores.

⁴ *Software* de computação numérica de análise e visualização de dados. Nessas oficinas, o *Matlab* foi utilizado para a construção de superfícies tridimensionais.

⁵ Programa educacional canadense que contém seis ferramentas para criação de exercícios interativos para a web: <http://hotpot.uvic.ca/>

⁶ Esclarecemos que os programas *MatLab* e *Hot Potatoes* foram utilizados somente nesta fase de planejamento, não chegando a ser utilizados com os estudantes na fase de implementação do projeto.

⁷ Linguagem que permite criar textos escritos, muito utilizada na área de Matemática, por gerar textos matemáticos de ótima qualidade.

Podemos ver, no centro, uma breve descrição do conteúdo a ser abordado e, do lado esquerdo, a organização das atividades propostas aos estudantes, que consistiam em: videoaulas obrigatórias, materiais complementares, lista de exercícios, *quizzes*, exercícios com *GeoGebra* e fórum de dúvidas. Então, um dos resultados que encontramos é que o AVA criado por esse grupo proporcionou diferentes possibilidades de interação dos estudantes com o conteúdo, desde exercícios tradicionais de listas, até videoaulas, exercícios objetivos (*quizzes*) e questões no *GeoGebra*.

Ademais, uma das docentes da equipe do PROSSIGA-GA vinha desenvolvendo trabalhos que integravam o *GeoGebra* dentro da plataforma *Moodle*, com resultados promissores. Esse fato, aliado à experiência de pelo menos outros quatro professores com o *GeoGebra* e à adequação desse *software* para o ensino de GA, favoreceram a decisão pela utilização integrada desses dois recursos tecnológicos no PROSSIGA-GA.

Outro recurso tecnológico disponível no projeto foi a previsão de confecção de objetos geométricos (superfícies estudadas em GA) por uma impressora 3D⁸, pertencente ao Laboratório de Engenharia Biomédica dessa universidade. Para isso, a coordenadora do PROSSIGA-GA buscou a colaboração do professor dessa faculdade, responsável pelas pesquisas com a impressora, que selecionou um bolsista para executar esse trabalho. Além de orientá-lo para a execução do trabalho de acordo com os objetivos propostos, ela organizou as ações necessárias, do ponto de vista administrativo, para a compra do material a ser utilizado na impressora.

Figura 1 - Tópico 1 do AVA de Geometria Analítica em uma turma

The screenshot shows a Moodle course interface for 'Tópico 1: Vetores'. On the left is a sidebar with a navigation menu containing items like 'AVISOS', 'Horários de atendimento', 'Material de reforço de tópicos do Ensino Médio', and a list of activities for the current topic. The main content area on the right provides a detailed description of the topic, including the learning objectives, estimated duration of five weeks, and specific instructions for each activity (Atividade 1 through 6), such as video lessons, exercises, and forum participation.

⁸ Ela é usada para criar peças tridimensionais em duas cores, a partir de projetos criados em softwares de modelagem: <https://www.3dsystems.com/shop/support/cubex/faq>.

Fonte: página do *Moodle*, disponível para alunos cadastrados na disciplina

Assim, essa fase de construção da proposta pedagógica da disciplina de GA foi favorecida pelas características do trabalho colaborativo desenvolvido, discutidas na sequência. Uma delas, documentada por Ferreira (2003), é o suporte que se criou dentro do próprio grupo, visível primeiramente pela participação da referida docente que já possuía experiência de projetos de ensino com TDIC e de seus orientandos, como colaboradores do grupo. Eles deram suporte técnico e apoio afetivo aos integrantes do grupo nas oficinas realizadas e, posteriormente, nas parcerias desenvolvidas para a realização das tarefas. Além disso, havia também uma disposição entre os integrantes de se ajudarem, quando as dificuldades surgiam, e de buscarem soluções para os problemas que apareciam.

Na pesquisa de Marco (2009, p. 190) com professores de matemática em formação inicial, ela ressalta que, para se incorporar a utilização de tecnologia computacional,

[...] é importante que o professor esteja motivado para tal incorporação e que encontre um espaço no qual possa compartilhar dúvidas, acertos, anseios, conquistas. Sem esse espaço, sem o compartilhar com seus pares, pouco o professor poderá realizar. Isso porque poderá sentir-se solitário nesta caminhada e abandonar o desejo de realizar um trabalho que utilize a tecnologia computacional no ensino de matemática.

Acreditamos que o mesmo vale para os docentes da equipe do PROSSIGA-GA. A convivência da primeira autora deste artigo na equipe permitiu que percebêssemos uma disposição entre os integrantes de se ajudarem, quando as dificuldades surgiam, e de buscarem soluções para os problemas que apareciam. Segundo Fiorentini (2004, p. 57), muitas pesquisas brasileiras “[...] têm mostrado que o apoio mútuo entre os membros do grupo é fundamental para o sucesso e sobrevivência de seu ambiente colaborativo.”

A estratégia adotada pela coordenadora, em comum acordo com o grupo, de dividir as tarefas para a produção do material necessário, é um indício da presença de corresponsabilidade (FIORENTINI, 2004). Cada tarefa, idealizada pelos professores e executada por um bolsista, era orientada por um professor e depois monitorada. Dessa forma, todos assumiam um compromisso perante o grupo, o qual influenciava o andamento das próximas ações. Isso permitiu que cada indivíduo buscasse contribuir com o trabalho do grupo a partir de suas habilidades, vivências anteriores e afinidades. Como exemplos, citamos dois casos: o professor que orientou a bolsista na gravação de videoaulas, pois ele já havia gravado outras, quando assumiu disciplinas do curso de Matemática a distância; o professor que assumiu a orientação do bolsista na construção de exercícios no *GeoGebra*, pela afinidade que ele possuía com esse *software*.

Outra característica percebida na dinâmica de trabalho e nas relações estabelecidas no grupo foi a afetividade, evidenciada nas parcerias feitas para realização das tarefas, bem como nos momentos de confraternização que ocorriam eventualmente em algumas reuniões. Embora não possamos afirmar que a sintonia e a confiança desenvolvida entre as pessoas do grupo fosse tão marcante como no trabalho colaborativo estudado por Ferreira (2003), foi possível identificar indícios de afeto nas mensagens trocadas no grupo criado no *WhatsApp*, nas fotos compartilhadas após as confraternizações organizadas pela coordenadora, nas manifestações de incentivo de uns com os outros durante o desenvolvimento do trabalho.

A fase de implementação da proposta pedagógica

O início da fase de implementação do projeto ocorre com parte da fase anterior, de elaboração de alguns materiais, ainda em andamento. Nove professores iniciam o primeiro semestre letivo ministrando a disciplina em onze turmas de graduação e quatro professores assumem quatro turmas de Geometria Analítica no segundo semestre. A equipe de professores, alunos bolsistas e colaboradores sofreu alterações entre os dois semestres; ao todo, foram 13 professores, 8 bolsistas e 4 colaboradores que participaram da equipe. O Quadro 1 mostra como ficou a composição do grupo em cada uma das fases do projeto.

A partir do início das aulas, as reuniões semanais do grupo continuaram, com discussões e encaminhamento de estratégias para aplicação da proposta pedagógica nas turmas, entre as quais destacamos:

- discussão dos resultados da avaliação diagnóstica realizada na primeira semana de aula e encaminhamento de ações, como o planejamento de horários, salas e conteúdos para as aulas de reforço oferecidas aos estudantes com baixo desempenho nessa avaliação;

- nova divisão de tarefas entre os bolsistas, para preparação das aulas de reforço, atendimento de dúvidas individuais aos estudantes, correção das atividades abertas postadas pelos estudantes no AVA, com orientação de um professor para cada tarefa;

- informes sobre o andamento do projeto, e busca de soluções para os problemas que apareciam⁹;

- planejamento e discussões, entre os professores, sobre o sistema de avaliação da disciplina, que contemplava as atividades do AVA e provas (regulares e substitutivas).

Quadro 1 - Distribuição do número de integrantes do grupo PROSSIGA-GA em cada fase do projeto

Fase		Preliminar	Planejamento	Implementação	
Ações realizadas		Elaboração do projeto submetido ao edital da Pró-Reitoria de Graduação da universidade	Planejamento da proposta pedagógica e elaboração de materiais	Implementação da arquitetura pedagógica nas diversas turmas e acompanhamento	Implementação da arquitetura pedagógica nas diversas turmas e acompanhamento
Período		Setembro de 2015	Outubro de 2015 a novembro de 2016	Fevereiro a julho de 2016	Agosto a dezembro de 2016
Integrantes do grupo do PROSSIGA-GA	Professores	9	9	10	7
	Bolsistas	–	5	5	5
	Colaboradores	–	2	3	4
	Total	9	16	18	16

Fonte: Arquivos do PROSSIGA-GA

⁹ Por exemplo, a criação dos projetos e a própria produção dos modelos de superfícies quádricas na impressora 3D demandou muito tempo. Esses modelos foram utilizados apenas na finalização da disciplina de GA em algumas turmas do segundo semestre de 2016. Por isso, optamos por deixar a análise da utilização desses modelos no projeto para um trabalho futuro.

A metodologia, debatida e criada na primeira fase, consistia primeiramente em oferecer material e atividades, concomitante às aulas presenciais, no AVA disponibilizado aos estudantes. Percebemos pela fala do estudante, reproduzida abaixo, que tanto o professor utilizava o *GeoGebra* e o AVA durante as aulas presenciais, como também os alunos deveriam utilizá-lo para, no mínimo, realizar algumas das atividades disponíveis no AVA.

Pesquisadora: Durante as aulas, você costumava acessar o Moodle, ou o GeoGebra? Ou era mais na hora de estudar que você acessava?

Estudante: Mais na hora de estudar, mesmo. O professor entrava na sala e já deixava o Moodle e o GeoGebra abertos. [...] Então, eu acompanhava as notas de aula e ele explicava no quadro e com o GeoGebra aberto. E às vezes a gente até já resolvia questões do Moodle já na aula.
(Estudante 13, Turma 2, entrevista gravada em 03/07/2017)


A Figura 2 mostra uma das questões de *GeoGebra* proposta ao estudante no AVA, que envolvia conceitos relacionados a distâncias num espaço tridimensional. Nessa questão, a resposta esperada seria um número positivo, que indica a distância entre o ponto P e o plano α , dados inicialmente. No entanto, o enunciado do exercício conduz o estudante a fazer o cálculo dessa distância a partir de construções e medições na figura, ao invés de apenas substituir valores na fórmula da distância de ponto a plano. Assim, para resolver a questão, o estudante encontraria uma interseção (geometricamente) e, na sequência, uma distância entre dois pontos (conceitos já vistos em tópicos anteriores do AVA).

Figura 2 - Questão 3 da atividade 23 do AVA em uma turma

Realize a questão abaixo.

Considere o ponto $P = (9, 1, 2)$ e o plano $\alpha: x - 2y + z - 3 = 0$.

a) Marque Q , sendo este a interseção entre o plano α e a reta normal a α que passa por P .

b) Utilizando a ferramenta  calcule a distância de P a Q .

- A distância de P a Q é:

- A distância de P e Q , assim calculada é a distância de P até o plano α .

Fonte: página do *Moodle*, disponível para alunos cadastrados na disciplina

Nesse caso, percebemos que o enfoque não é o cálculo algébrico que conduz à resposta esperada, mas a indicação de um raciocínio geométrico que explica os cálculos necessários (que podem ser feitos facilmente no *software*).

Há muito tempo, pesquisadores¹⁰ salientam a necessidade de cultivarmos e desenvolvermos o pensamento visual, predominante na geometria, bem como o sequencial, que predomina na álgebra. No que se refere à visualização, Flores (2003) nomeia vários pesquisadores, que apontam para a necessidade de se incentivar essa

¹⁰ Por exemplo, Atiyah (1982) e Pavanello (1993).

habilidade nos meios educacionais, a qual é importante “tanto para a formação matemática do educando quanto para sua educação de uma maneira geral, num mundo cada vez mais semiotizado.” (FLORES, 2003, p. 23). Entretanto, essa autora, cujo estudo focou nas representações bidimensionais em perspectiva de imagens tridimensionais, observa que a atividade de visualização é complexa, como também o faz Gravina (1996, p. 2), sob outro ponto de vista:

Se pensarmos em Geometria como processo de interiorização e apreensão intelectual de experiências espaciais, o aprendizado passa por um domínio das bases de construção deste ramo do conhecimento, e aqui a abstração desempenha papel fundamental. Nesta “matematização” – leitura do mundo através da matemática – os objetos do mundo físico passam a ser associados a entes abstratos, que são definidos e controlados por um corpo de pressupostos, o sistema de axiomas da teoria. Na transição para este mundo existem dificuldades inerentes ao processo, provenientes do confronto entre conceitos científicos e não científicos.

Sobre essa questão da abstração em disciplinas matemáticas universitárias, encontramos a fala de uma estudante que participou do PROSSIGA-GA:

Pesquisadora: *E quais foram as dificuldades que você teve com essa disciplina de Geometria Analítica? Vamos pensar na primeira vez...[A estudante foi reprovada na primeira vez em que foi matriculada, tendo sido aprovada na segunda tentativa.]*

Estudante: *Por ser abstrata. Você tinha que imaginar essas coisas de R^3 , então eu não tinha essa visão de espaço e para quê aquilo servia. Para mim, não fazia sentido! Sempre tive essa dificuldade com coisa que eu não podia ver...*

(Estudante 2, Turmas 1 e 2, entrevista gravada em 06/06/2017)

Perguntada sobre como buscou enfrentar essa dificuldade, ela diz:

Estudante: *Estudando... tentando achar alguém que pudesse me explicar. Os monitores... Eles tentavam me explicar, mas por ser abstrato demais, não adiantava.*

Pesquisadora: *E você continuou achando abstrato no segundo semestre?*

Estudante: *Sim! [rindo] Mas eu fui um pouco melhor, porque a gente já viu as figuras... E eu percebi uma mudança no professor também. [...] Então, ele mudou para ajudar a gente. Aí deu uma melhorada. Levava mais gráficos...*

Pesquisadora: *E vendo o gráfico ficava...*

Estudante: *Ficava mais fácil. Ele também fazia umas construções no GeoGebra...*

(Estudante 2, Turmas 1 e 2, entrevista gravada em 06/06/2017)

Esse relato indica a importância do pensamento visual para essa estudante, como mostraram os pesquisadores já citados. Mais que isso, e especificamente em Geometria Analítica, Giardinetto (1991) discute como a dicotomia entre o concreto e o abstrato se manifesta no ensino dessa disciplina, o qual se reduz a uma associação mecânica entre o grau da equação algébrica e sua correspondente curva, nos níveis escolares anteriores à universidade. Dessa forma, o tratamento utilizado é meramente algébrico. Também Richit (2005, p. 21), apoiada em pesquisas anteriores, argumenta que a forma como essa disciplina tem sido abordada, tanto no Ensino Médio quanto Superior, agrava o problema

das altas reprovações, “[...] à medida que há uma lacuna na transição da representação geométrica para algébrica de conceitos e propriedades inerentes à mesma.”.

O estudo de Giardinetto (1991) indica um caminho para superação dessa dicotomia: o enfoque relacional entre os pensamentos algébrico e visual.

A compreensão da gênese dos conceitos da geometria analítica revela a necessidade da elaboração e execução de procedimentos metodológicos de ensino que reflitam o aspecto relacional entre álgebra e geometria. Sem o exercício desse aspecto relacional, seus conceitos passam a ser interpretados como entidades pré-determinadas, abstratas por si mesmas no sentido de formas estéreis sem justificativas. São necessários procedimentos de ensino que propiciem às abstrações sua incorporação à totalidade concreta mediante a constatação de que a figura geométrica é o ponto de partida e de chegada do processo de elaboração dos conceitos e, como tal, os resultados algébricos se edificam na figura geométrica e, por isso, passam a ser entendidos. (GIARDINETTO, 1991, p. 167)

Nesse sentido, *softwares* de geometria dinâmica, tais como o *GeoGebra*, favorecem o ensino de GA, pela própria constituição integrada das interfaces algébrica e geométrica. As falas dos participantes da pesquisa reforçam o papel importante desse *software* para visualização dos elementos geométricos trabalhados e para a articulação da álgebra com a geometria. Os tutoriais instrucionais disponibilizados no AVA e a utilização do *software* pelo professor, em sala de aula, favoreceram a apropriação do mesmo para a maioria daqueles que não o conheciam.

Assim como os *quizzes*, todas as questões que envolviam o *GeoGebra* foram preparadas para gerar correção automática e *feedback* para o estudante, após a finalização da atividade, além da permissão para várias tentativas. Além disso, o professor poderia extrair do *Moodle* relatórios de cada atividade proposta no AVA, contendo informações de cada estudante, como número de acertos, número de tentativas, tempo gasto em cada tentativa. Dessa forma, outro resultado desta pesquisa é que o AVA possibilitou o acompanhamento constante da produção dos estudantes nos diferentes tipos de interação.

Percebemos então, pela dinâmica de trabalho estabelecida, que o grupo tinha objetivos comuns a serem atingidos e as reuniões, ou mesmo as conversas nos corredores, nos *emails* e no grupo de *WhatsApp*, eram momentos de construção e encaminhamento de ações na busca desses objetivos. Por outro lado, cada professor preservou seu espaço de trabalho, atuando individualmente na preparação das aulas e provas, nas relações estabelecidas com os alunos, nas práticas pedagógicas em sala de aula. Como constataram Nacarato et al. (2013, p. 201):

a constituição de um grupo colaborativo, ao mesmo tempo em que adquire uma identidade própria constituída pelos objetivos comuns, não provoca a perda dos objetivos individuais, ou seja, mantém a singularidade e a identidade de cada um de seus membros.

Portanto, a integração de TDIC ao ensino presencial de GA, idealizada pelo grupo de participantes do PROSSIGA-GA, foi possibilitada pelo trabalho colaborativo desenvolvido. Esse trabalho foi favorecido pela disposição de realizá-lo em equipe e pelos saberes de cada membro do grupo: professores com muitos anos de experiência no ensino tradicional, alguns com práticas pedagógicas que incluíam recursos tecnológicos,

alunos (bolsistas e colaboradores) nascidos na era digital, para os quais havia uma naturalidade para se lidar com tecnologias digitais.

Considerações Finais

Buscamos, neste artigo, compreender a dinâmica de trabalho do grupo de professores e alunos no projeto PROSSIGA-GA, visando analisar as características colaborativas que emergiram nesse trabalho e a forma como algumas TDIC foram integradas a ele. Para atingir os propósitos de ensino-aprendizagem de GA desse projeto, identificamos duas estratégias principais: o enfoque colaborativo do grupo na criação, aplicação e gestão do modelo pedagógico, e a intenção proposta de utilização integrada de *GeoGebra* e *Moodle* para ensinar e aprender Geometria Analítica na modalidade presencial.

Os traços identificados, característicos de um trabalho colaborativo - voluntariedade, heterogeneidade, abertura, suporte e apoio mútuos, corresponsabilidade, afetividade, identidade – nos levam a concluir que a dinâmica de trabalho e as características que dela emergiram nesse grupo contribuíram “[...] para a criação de um espaço de aprendizagem individual e coletivo muito rico” (SOUZA JUNIOR, 2000, p. 108). Por um lado, “[...] o indivíduo, através de suas ideias, reflexões e conhecimentos, contribuiu com o desenvolvimento do trabalho coletivo (SOUZA JUNIOR, 2000, p. 108)”, que no caso em questão, produziu saberes sobre a integração de TDIC ao ensino presencial de GA. Por outro lado, a participação do indivíduo no trabalho coletivo com essas características possibilitou um espaço de aprendizagem para cada um, que variou de acordo com o envolvimento no grupo.

A análise do processo de constituição da proposta pelo grupo que trabalhou no PROSSIGA-GA traz evidências de que esse trabalho colaborativo trouxe benefícios para todos os envolvidos: professores, alunos bolsistas, alunos colaboradores, além dos próprios estudantes matriculados na disciplina de GA. A equipe de monitores foi fundamental para a implementação do projeto, idealizado inicialmente pelos professores. Nesse sentido, o apoio oferecido pela Pró-Reitoria de Graduação, nesse caso na forma de bolsas para cinco alunos que colaboraram no projeto, mostra-se essencial para a viabilização de trabalhos colaborativos.

O trabalho desenvolvido por esse grupo abriu novas possibilidades pedagógicas para os professores que ministram a disciplina nessa universidade, como o acompanhamento mais próximo dos estudantes, por meio das atividades realizadas por eles no AVA, e a utilização do *GeoGebra* como recurso auxiliar, que viabilizou uma abordagem relacional entre Álgebra e Geometria. Assim, nesse projeto, esses recursos tecnológicos foram incorporados e integrados ao modelo pedagógico tradicionalmente utilizado para o ensino de Geometria Analítica na universidade. A escolha pelo caminho da reformulação dos modelos pedagógicos prévios dos professores do grupo a um novo modelo, que integrou *Moodle* e *GeoGebra* ao ensino de GA, foi fundamental para o engajamento dos envolvidos no projeto e abriu possibilidades de se viabilizar um trabalho colaborativo que nunca havia sido realizado nesta faculdade.

No entanto, é preciso lembrar que a existência de um trabalho colaborativo não significa uma cultura de colaboração (FULLAN; HARGREAVES, 2000). No caso do PROSSIGA-GA, apesar de ter havido editais da Pró-Reitoria de Graduação nos anos seguintes a 2016, não foi proposto outro trabalho colaborativo como esse, embora houvesse relatos individuais de alguns docentes, que continuaram utilizando o AVA nas turmas de GA sob sua responsabilidade. Também é preciso considerar, como destacam Behar, Macedo e Bernardi (2009, p. 233), que “difícilmente um modelo e seus elementos

podem ser replicados com a mesma proposta em diferentes situações de aprendizagem”, pois cada grupo educacional tem diferentes necessidades.

Vislumbramos um longo caminho a ser percorrido na busca pela integração de TDIC ao ensino presencial de GA na universidade. Com a utilização dos recursos digitais disponíveis e o fomento de espaços para trabalhos colaborativos entre os docentes, acreditamos ser possível reconfigurar o trabalho educativo nas disciplinas matemáticas iniciais dos cursos de graduação, de forma a melhorar os processos de ensino-aprendizagem na era digital em que vivemos.

Referências

ALMEIDA, M. E. B. Educação a distância na internet: abordagens e contribuições dos ambientes digitais de aprendizagem. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 29, n. 2, p. 327-340, jul-dez 2003.

ATIYAH, M. What is geometry? **The Mathematical Gazette**. v. 66, n. 437, p. 179-184, out. 1982.

BEHAR, P. A.; MACEDO, A. L.; BERNARDI, M. Experiências de aplicação de modelos pedagógicos em cursos de educação a distância. Em: BEHAR, P. A. (org.). **Modelos pedagógicos em educação a distância**. 2ª ed. Porto Alegre: Artmed, p. 232-252, 2009.

BOUTINET, J-P. **Antropologia do Projecto**. Lisboa: Instituto Piaget, 1990.

DALLEMOLE, J. J.; GROENWALD, C. L. O. **Registros de representação semiótica na geometria analítica e o sistema siena**. Em: V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012, Anais... Petrópolis: SBEM, p. 1-20, 2012.

GONZÁLEZ REY, F. **Pesquisa qualitativa e subjetividade**: os processos de construção da informação. Tradução: Marcel Aristides Ferrada Silva. São Paulo: Cengage Learning, 2005.

FERREIRA, A. C. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática**: uma experiência de trabalho colaborativo. 2003. 367 p. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2003.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? Em: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (Orgs). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 47-76, 2004.

FLORES, C. R. **Olhar, Saber, Representar**: ensaios sobre a representação em perspectiva. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

FULLAN, M.; HARGREAVES, A. **A escola como organização aprendente**: buscando uma educação de qualidade. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

GIARDINETTO, J. R. B. **A relação entre o concreto e o abstrato no ensino da geometria analítica a nível do 1º e 2º Grau**. 1991. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1991.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria**. Em: VII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 1996, Anais... Belo Horizonte: PUCRS, p.1-14, 1996.

MARCO, F. F. **Atividades computacionais de ensino na formação inicial do professor de matemática**. 2009. 211 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

MORAN, J. M. Os novos espaços de atuação do professor com as tecnologias. Texto publicado nos anais do 12º Endipe – Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, Em: ROMANOWSKI, J. P. et al. (Orgs). **Conhecimento local e conhecimento universal: Diversidade, mídias e tecnologias na educação**. vol 2, Curitiba, p. 245-253, 2004.

NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C.; TORICELLI, L.; TOMAZETTO, M. Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processos de formação. Em: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Orgs). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, p. 197-212, 2013.

NASSER, L.; VAZ, R. F. N.; TORRACA, M. A. A. **Transição do ensino médio para o superior: investigando dificuldades em geometria analítica**. Em: VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2015, Anais... Pirenópolis: SBEM, p. 1-13, 2015.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-17, mar. 1993.

PIRES, E. C. P. S. **O ensino da geometria analítica: opiniões de docentes e discentes paraenses**. Em: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, Anais... São Paulo: SBEM, p. 1-12, 2016.

RICHIT, A. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

SOUZA JUNIOR, A. J. **Trabalho coletivo na universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral**. 2000. 332 p. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2000.

SOUZA JUNIOR, A. J.; LOPES, E. M. C. Um mapeamento de pesquisas brasileiras sobre o trabalho educativo com tecnologias digitais de informação e comunicação no processo de ensinar e aprender Geometria Analítica. **Vidya**, Santa Maria, v. 37, n. 2, p. 479-497, jul-dez 2017.

VALENTE, L.; MOREIRA, P.; DIAS, P. Moodle: moda, mania ou inovação na formação? *In*: ALVES, L.; BARROS, D.; OKADA, A. (org.). **Moodle: estratégias pedagógicas e estudo de caso**. Salvador: EDUNEB, p. 35-54, 2009.