

# TECNOLOGIAS DIGITAIS E MODELAGEM MATEMÁTICA: UM MAPEAMENTO DE DISSERTAÇÕES E TESES BRASILEIRAS NO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO ENSINO SUPERIOR

## DIGITAL TECHNOLOGIES AND MATHEMATICAL MODELLING: A MAPPING OF BRAZILIAN DISSERTATIONS AND THESES IN THE TEACHING OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS IN HIGHER EDUCATION

**Giselle Moraes Resende Pereira**

Universidade Federal de Uberlândia/Faculdade de Matemática, gisellemoraes@ufu.br

**Arlindo José de Souza Junior**

Universidade Federal de Uberlândia/Faculdade de Matemática, arlindo@ufu.br

### Resumo

Neste artigo apresentamos um mapeamento de dissertações e teses brasileiras, produzidas nos últimos anos, sobre propostas educativas para o ensino de Cálculo, no Ensino Superior, por meio de duas tendências bastante atuais: as Tecnologias Digitais e a Modelagem Matemática. Por meio das diversas formas com que os pesquisadores têm tratado essa questão pretendemos analisar como está ocorrendo à interseção entre as práticas educativas que se utilizam dessas tendências no processo de aprendizagem e ensino de Cálculo. Ao considerarmos a Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias Digitais como agentes que possibilitam uma conexão interdisciplinar dos saberes, nossa busca estende-se também sobre as áreas do conhecimento que essas pesquisas abarcaram. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica, cuja coleta de dados foi realizada no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. A partir de características semelhantes emergentes dos trabalhos encontrados agrupamos aqueles que apresentam uma proposta educativa e os que analisam a implementação de uma proposta educativa. Esses agrupamentos nos revelaram a multiplicidade de atuação da Modelagem Matemática, como e quais tecnologias digitais estão sendo utilizadas nessas propostas educativas, e, além disso, mostrou-nos que existe uma carência de investigações em cursos fora da área de exatas.

**Palavras-chave:** Cálculo Diferencial e Integral. Ensino Superior. Modelagem Matemática. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação.

### Abstract

In this article, we present a mapping of Brazilian dissertations and theses produced in the last years that approach educational practices for the teaching of Calculus in Higher Education, by means of Digital Technologies and Mathematical Modeling. By means of

many different forms in which the researchers have treated this question, we intend to analyze how the intersection between educational practices that have utilized these tendencies in the learning process and the teaching of calculus is happening. When we consider Mathematical Modeling and the use of digital technology as agents that enable an interdisciplinary connection among the fields of knowledge, our search expands also to the areas of knowledge that these researches embraced. This study is of bibliographical nature and its data collection was done in the Database of Dissertations and Theses of the Brazilian Coordination of Improvement of Higher Level Personnel. From the emergent similar characteristics from the twenty researches found among dissertations and theses, we grouped those which presented an educational proposal and those that analyzed the implementation of an educational proposal. These groupings reveal to us the multiplicity of Mathematical Modeling performance, how and which digital technologies are being used in these educational proposals and, beyond this, it showed us that there is a lack of investigation in courses outside the mathematical sciences.

**Keywords:** Differential and Integral Calculus. Higher Education. Mathematical Modeling. Digital Information and Communication Technologies.

## Introdução

No decorrer da nossa trajetória de pesquisa sobre o processo de aprendizagem e ensino de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior, observamos duas tendências bastante atuais: a Modelagem Matemática na Educação e as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

A Modelagem Matemática na Educação é uma tendência no ensino de Matemática que se manifestou, de forma mais efetiva, nos finais dos anos de 1970, em particular, por meio de professores universitários que atuavam em disciplinas de Cálculo (BIEMBENGUT, 2016), e desde então vem ganhando força por meio de muitos pesquisadores. O cenário sobre as possibilidades de práticas educativas sobre as TDIC no processo de ensinar e aprender Cálculo vem se ampliando e com isso as possibilidades de pesquisas nessa temática também vêm se alargando (FLORES; LIMA; MÜLLER, 2018; MARIN, 2009; SOUZA JUNIOR, 1993; SOUZA JUNIOR, 2000).

Na literatura encontramos algumas pesquisas recentes que apresentam mapeamentos de produções brasileiras sobre o uso da Modelagem Matemática no ensino do Cálculo Diferencial e Integral (OLIVEIRA, 2018; OLIVEIRA; MADRUGA, 2018) e também uma revisão sistemática da literatura sobre a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais Educacionais (PEREIRA; SEKI; PALHARINI; NETO; SILVA; DAMIN; MARTINS, 2017) em diferentes níveis de ensino.

Nesta pesquisa interessa-nos compreender como está ocorrendo à interseção entre as práticas educativas que se utilizam dessas duas tendências, na disciplina de Cálculo no Ensino Superior. Ao considerarmos a Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias Digitais como agentes que possibilitam uma conexão interdisciplinar dos saberes, nossa busca estende-se também sobre as áreas do conhecimento que essas pesquisas abarcaram.

Além de exibir uma descrição geral dos trabalhos por nós selecionados, no que diz respeito à instituição de origem, à produção por curso (mestrado acadêmico, mestrado profissional, doutorado), às tecnologias empregadas, aos conteúdos abordados, e às principais conclusões relatadas nas investigações, mostraremos e debateremos como as TDIC estão sendo empregadas nos trabalhos de Modelagem.

Com base no levantamento dos trabalhos acadêmicos realizados no Brasil no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), apresentamos neste artigo um mapeamento dos trabalhos que trazem uma proposta educativa ou que analisam a implementação de uma proposta educativa, no contexto do ensino e aprendizagem de conteúdos do Cálculo no Ensino Superior, das TDIC e da Modelagem Matemática, até o ano de 2016, tempo em que iniciamos esse estudo para um trabalho de doutorado. Trata-se de uma pesquisa do tipo Estado do Conhecimento, de caráter bibliográfico que, segundo Romanowski e Ens (2006, p. 40) aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado, como em resumos de dissertações e teses.

Inicialmente, ao pesquisar sobre o tema Cálculo Diferencial e Integral no banco de teses e dissertações da CAPES, nos programas de pós-graduação em Educação, Educação Matemática, Ensino de Matemática e Matemática em Rede Nacional, coletamos 139 trabalhos (entre dissertações e teses) e, após uma leitura preliminar e seletiva dos resumos, mantemos a princípio, os que mais se aproximavam do nosso objeto de investigação – o ensino de Cálculo no Ensino Superior (limites, derivadas e integrais) por meio da Modelagem Matemática e das TDIC (9 trabalhos). Entretanto, como a quantidade de trabalhos encontrada não foi muito significativa, consideramos relevante incluir e analisar os trabalhos que discutissem o ensino e a aprendizagem de Funções no Ensino Superior, visto que a maioria dos cursos de Cálculo inicia-se com a abordagem desse conteúdo. Por fim, realizamos o fichamento de 20 trabalhos, sendo 11 dissertações e 9 teses, que foram produzidas no período de 2002 a 2016, estabelecendo, a partir daí, os grupos de análise.

### Visão geral: Dissertações e Teses analisadas

No que diz respeito à origem desses trabalhos, na Tabela 1 apresentamos um quadro geral das instituições, nas quais encontramos pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem de Cálculo, que vêm sendo desenvolvidos por meio da Modelagem Matemática e das TDIC no Ensino Superior.

**Tabela 1** - Produção por Instituição de Educação Superior.

INSTITUIÇÃO	DISSERTAÇÕES	TESES	TOTAL
PUC-SP	00	04	04
UEL	02	02	04
UEP	01	00	01
UFMG	01	00	01
UFOP	02	00	02
UFPA	01	01	02

UFPE	00	01	01
UFSM	01	00	01
ULBRA	02	00	02
UNESP-Rio Claro	01	01	02
<b>TOTAL</b>	<b>11</b>	<b>09</b>	<b>20</b>

Fonte – Os autores.

Dos trabalhos encontrados 57% correspondem a produções oriundas de programas de Mestrados e 43% estão vinculados a programas de Doutorado. Observamos que as instituições Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e Universidade Estadual de Londrina (UEL) destacaram-se em relação à quantidade de trabalhos com características do nosso interesse, ambas com 4 produções acadêmicas cada, sendo que as produções acadêmicas da PUC-SP são todas oriundas de programas de doutorado.

No que diz respeito à produção acadêmica por tipo de curso de pós-graduação em que os trabalhos foram produzidos, 50% correspondem a produções oriundas de programas de Mestrados Acadêmicos, 45% são teses e 5% são dissertações apresentadas em Mestrados Profissionais. A pequena quantidade de produções na modalidade profissionalizante, que se enquadra no perfil deste artigo, pode ser justificada por ter sido concebida, originalmente, para atender à Educação Básica.

Trabalhamos com todo universo de dissertações e teses do banco de dissertações e teses da CAPES que atendiam as condições de serem destinadas ao ensino e aprendizagem do Cálculo no Ensino Superior e que envolvessem a Modelagem Matemática e as TDIC em suas investigações/proposições. Sobre os trabalhos que atendiam a esses critérios, apresentamos a seguir, no Gráfico 1, a quantidade de produções acadêmicas levantadas por áreas de conhecimento.

**Gráfico 1-** Quantidade de Produções Acadêmicas por Área de Conhecimento.



Fonte – Os autores.

A maioria dos trabalhos selecionados para leitura, aproximadamente 75% do total, correspondem a trabalhos em que os participantes da pesquisa eram da área de Ciências Exatas, abrangendo os cursos de Engenharias, Ciências da Computação, Licenciatura em Matemática, Licenciatura em Física e Sistemas de Informação. Na área de Ciências Humanas contabilizamos, aproximadamente, 10% das produções, sendo que os

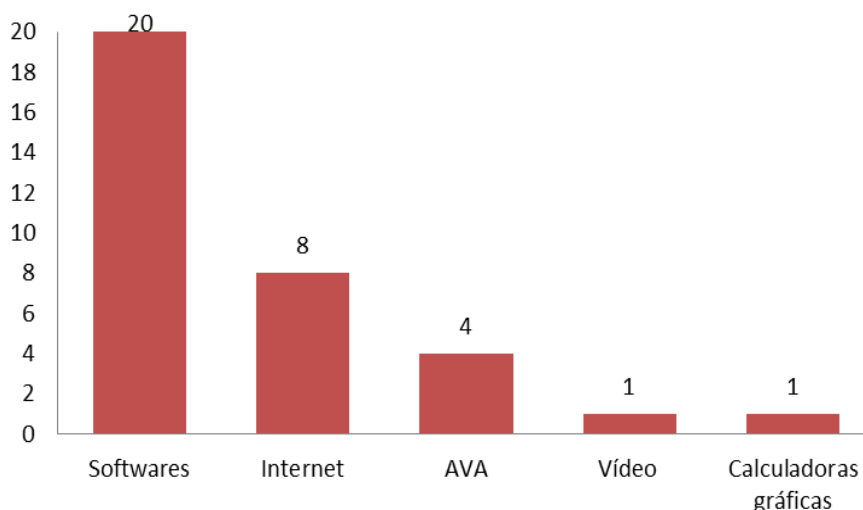
participantes das pesquisas cursavam Licenciatura em Geografia ou Gestão Pública. Na área das Ciências Agrárias, aproximadamente 5% da produção referem-se a alunos do curso de Tecnologia de Alimentos. O curso de Ciências Biológicas também apareceu na nossa seleção, com aproximadamente 5% e, por fim, o curso de Administração de Empresas da área de Ciências Sociais Aplicadas, também com aproximadamente 5%.

É interessante ressaltar que, dependendo da instituição e/ou curso do Ensino Superior, as disciplinas de Cálculo I, Cálculo II, etc. também recebem outras denominações, como Matemática I e II ou Matemática A e B, etc., sobretudo em cursos fora da área de exatas. O motivo para essa variação de nomenclatura varia de acordo com a instituição, podendo relacionar-se ou não ao fato de alguns alunos nutrirem uma aversão com a palavra Cálculo, ou simplesmente pelo fato da disciplina acolher outros conteúdos que não sejam específicos do Cálculo, como os da Álgebra Linear, por exemplo.

Em relação à frequência dos conteúdos abordados nos trabalhos analisados observamos que a maioria envolve o estudo de Funções (55% dos trabalhos), seguido das Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) (35%), Integrais (25%), Derivadas (20%), Curvas e Superfícies (5%) e Limites (5%). Vale ressaltar que, em alguns trabalhos, dois ou mais conteúdos listados foram abordados nas atividades.

Julgamos proveitoso apresentar, também, o Gráfico 2, com os dados encontrados em relação às Tecnologias Digitais utilizadas nas atividades:

**Gráfico 2-** Frequência das Tecnologias Digitais abordadas.



Fonte – Os autores.

Observamos a unanimidade do uso de *softwares*, matemáticos ou não, para o desenvolvimento das atividades propostas e/ou analisadas. Quais *softwares* foram utilizados e como foram empregados nas atividades, abordaremos mais adiante neste artigo. Nos trabalhos selecionados, a *internet* foi utilizada como principal fonte de pesquisa. Também possibilitou a comunicação virtual entre os interessados (via *email*, *WhatsApp* e redes sociais), e serviu para o armazenamento e compartilhamento de informações (via *Dropbox* e/ou *Google Drive*). Além disso, em cursos de Educação a

Distância, a *internet* viabilizou momentos de discussões em fóruns, entre alunos, professores e tutores, e também possibilitou a condução de webconferências e videoconferências.

Em nossa busca, encontramos 4 trabalhos que mencionaram o uso de um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA). Sendo que 3 utilizaram a plataforma *Moodle*<sup>1</sup> e 1 mencionou a utilização de um *blog*. Vale destacar que, dos trabalhos encontrados, 1 menciona a apresentação de um vídeo em sala de aula para mostrar uma determinada situação-problema como forma de introduzir a atividade que foi desenvolvida, e ainda, 1 menciona a utilização da calculadora gráfica para uma experimentação. Alguns equipamentos digitais auxiliares também apareceram nos trabalhos, como computadores e/ou *notebooks* e/ou *netbooks*, bem como o uso de celulares e câmeras digitais. Além disso, outra tecnologia digital que também se destacou, no que diz respeito à frequência de sua utilização, foi o uso do equipamento de multimídia *data show*, geralmente para apresentação dos projetos desenvolvidos pelos alunos.

A partir das leituras buscamos identificar os trabalhos que mais se aproximavam dos nossos interesses, ou seja, aqueles que discutiam a utilização da Modelagem Matemática e das Tecnologias Digitais em processos de ensino e aprendizagem de Cálculo no Ensino Superior. Após obtermos uma visão geral dos trabalhos encontrados, buscamos por características semelhantes e que se destacavam a partir dos dados coletados. Foi possível criar agrupamentos, para uma melhor compreensão.

### **Constituição dos grupos**

A leitura dos resumos e, por vezes a leitura de alguns capítulos e considerações finais dos trabalhos, nos permitiu identificar 2 grupos de pesquisas – as que apresentam uma proposta educativa e as que analisam a implementação de uma proposta educativa. Além disso, possibilitou a averiguação de como as TDIC estão sendo utilizadas nos trabalhos com Modelagem Matemática na Educação.

Em relação aos grupos de pesquisas, a maioria dos trabalhos, aproximadamente 95%, têm como finalidade a análise da implementação de propostas educativas e, apenas 1 trabalho corresponde à apresentação de uma proposta educativa, sem apresentar a discussão sobre a realização e os resultados das atividades com os alunos.

Sobre o menor grupo de trabalhos selecionados – que apresenta uma proposta educativa – encontramos em Paranhos (2015) uma pesquisa de doutorado, cujo foco está no trabalho do professor em elaborar as atividades de Modelagem Matemática em ambiente computacional. O ambiente computacional escolhido foi o *Winplot*<sup>2</sup>, por favorecer a dinâmica pretendida na pesquisa de articulação de conteúdos e variação de possibilidades. O trabalho é composto por propostas de atividades visando o ensino de conteúdos do Ensino Superior (inclusive do Cálculo), por meio da Modelagem e do ambiente computacional, para alunos dos cursos da área de Ciências Exatas. Como a

---

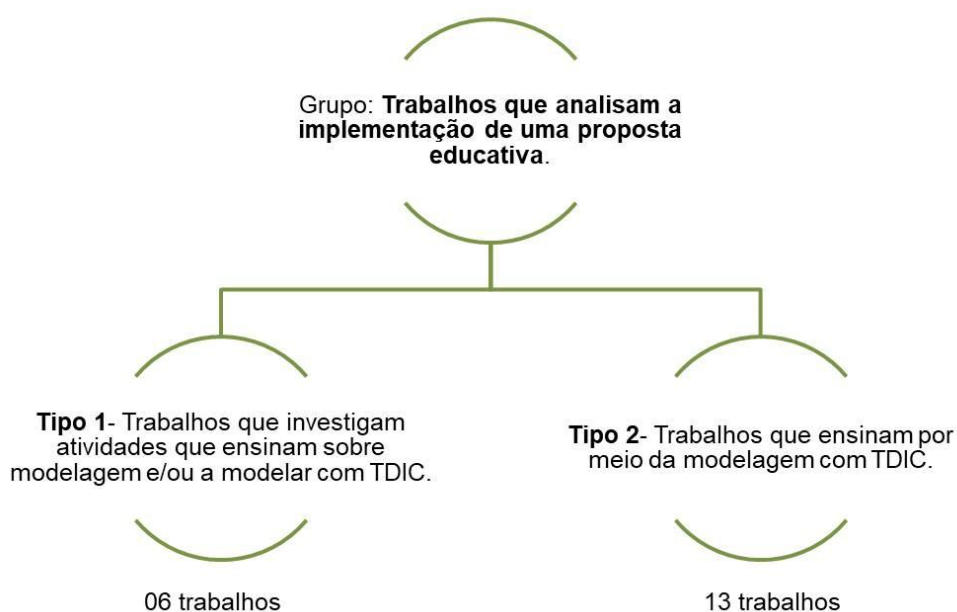
<sup>1</sup> O Sistema *Moodle*, é uma ferramenta educacional de um sistema colaborativo para apoio a processos de ensino e aprendizagem.

<sup>2</sup> O *Winplot* é um programa para gerar gráficos de 2D e 3D a partir de funções ou equações.

análise do trabalho destina-se à concepção das atividades, o autor optou por não discutir a realização e os resultados das atividades.

O segundo grupo é constituído por trabalhos que analisam a implementação de uma proposta educativa. Isto é, reunimos os trabalhos que apresentam alguma experiência de ensino realizada com alunos e/ou professores, que usam e investigam a Modelagem Matemática, no ensino de conteúdos de Cálculo, com a utilização de TDIC, analisando suas contribuições para a aprendizagem desses assuntos no Ensino Superior. Algumas características semelhantes nos levaram a agrupar esses trabalhos em 2 tipos, descritos e apresentados na Figura 1, a seguir:

**Figura 1** - Distribuição dos trabalhos no grupo.



Fonte – Os autores.

O primeiro, Tipo 1, com 6 trabalhos, remete a pesquisas que investigam atividades que ensinam sobre a Modelagem e/ou a Modelar com TDIC, geralmente relacionadas à disciplina de Modelagem Matemática ou a cursos de extensão oferecidos em cursos de Licenciaturas. O segundo, Tipo 2, com 13 trabalhos, reúne os trabalhos que visam o ensino de determinado conteúdo, no nosso caso, do Cálculo, por meio da Modelagem com TDIC.

Decidimos aglomerar o ensino sobre a Modelagem e a Modelar em um mesmo tipo, Tipo 1, pois essas abordagens não possuem delimitações específicas e, por isso, algumas pesquisas sobre Modelagem Matemática contemplam as abordagens - ensinar sobre a Modelagem e ensinar a Modelar (e até mesmo o ensinar por meio da Modelagem), mesmo sem fazer referência. No Tipo 1 reunimos os trabalhos de Batista (2016), Domingos (2016), Furtado (2014), Menezes (2016), Vidigal (2013) e Zanim (2015).

As pesquisas reunidas no Tipo 1 são todas qualitativas e a maioria, realizada em cursos de Licenciaturas na área de exatas. Dessas, Batista (2016), Furtado (2014), Menezes (2016) e Zanim (2015), apresentam suas investigações na disciplina/curso de

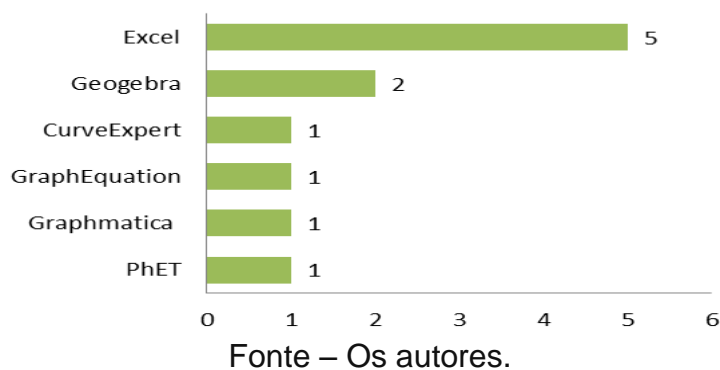
Modelagem Matemática; e com ênfase no saber Modelar, Domingos (2016) traz suas contribuições a respeito de um curso de extensão sobre EDO no contexto da Modelagem Matemática.

Em Vidigal (2013) encontramos um trabalho que foi investigado fora da área de exatas, mas também em um curso de Licenciatura. A pesquisa apresentou atividades envolvendo a Modelagem na disciplina de Matemática do curso de Licenciatura em Geografia. Quanto à utilização de Tecnologias Digitais, evidenciamos apenas o uso da *internet*, *Google Earth*<sup>3</sup> e *Google Streetview*<sup>4</sup>, cuja utilização foi mencionada como fonte de pesquisa e para a construção de mapas do campus no qual os alunos estudam.

Em algumas das dissertações e teses listadas no Tipo 1, existem aquelas cuja ênfase é dada às atividades de Modelagem mediadas pelo uso de tecnologias (Batista, 2016; Furtado, 2014; Menezes, 2016). Esses trabalhos envolvem, principalmente, a investigação das contribuições, da utilização, e das implicações do uso das TDIC no desenvolvimento das atividades. Em outros, apesar de não priorizá-las nas discussões, não deixaram de citá-las.

A utilização de um ou mais *softwares*, matemáticos ou não, foi mencionada para o desenvolvimento das atividades na maioria dos trabalhos. O Gráfico 3, a seguir, apresenta os *softwares* citados nos trabalhos que se enquadram no Tipo 1:

**Gráfico 3-** Frequência dos *softwares* nos trabalhos do Tipo 1.



Dos trabalhos listados no Tipo 1, 5 deles, (Batista, 2016; Domingos, 2016; Furtado, 2014; Menezes, 2016; Zanim, 2015) mencionam o emprego ou direcionamento do pacote de *software Excel*<sup>5</sup> como ferramenta de trabalho dos alunos para o desenvolvimento das atividades no contexto da Modelagem Matemática. Dentre as atribuições, a maioria dos alunos o utilizou para a elaboração de modelos, esboços de gráficos e também para auxiliá-los na análise dos resultados que encontraram.

Na sequência, aparecem 2 trabalhos que citam o uso do *software GeoGebra*<sup>6</sup> (Domingos, 2016; Zanim, 2015) nas atividades, em etapas de formulação e resolução dos

<sup>3</sup> *Google Earth* é um programa de computador cuja função é apresentar uma representação tridimensional do globo terrestre.

<sup>4</sup> *Google Streetview* é um recurso que disponibiliza vistas panorâmicas de 360° na horizontal e 290° na vertical e permite que os usuários vejam partes de algumas regiões do mundo ao nível do solo.

<sup>5</sup> *Excel* é um software desenvolvido pela empresa Microsoft, amplamente usado para a realização de operações através de planilhas eletrônicas (folhas de cálculo).

<sup>6</sup> *GeoGebra*, criado por Markus Hohenwarter, é um *software* gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de



modelos, já que esse programa facilita a interpretação gráfica dos modelos matemáticos. Os softwares *Graphmatica*<sup>7</sup>, *PhET*<sup>8</sup>, *GraphEquation*<sup>9</sup> e *CurveExpert*<sup>10</sup> apareceram uma vez cada em 4 dos trabalhos do Tipo 1 (Batista, 2016; Domingos, 2016; Furtado, 2014; Zanim, 2015). Segundo os autores esses softwares possibilitaram a elaboração de modelos, a interação entre alunos e experimentos (PhET), auxiliaram na resolução e análise dos resultados obtidos.

Percebemos em Zanim (2015) a presença de três dos softwares apresentados no Gráfico 3 (*Excel*, *CurveExpert* e *GeoGebra*). Eles foram utilizados para encontrar o modelo matemático que respondesse ao problema proposto pelos alunos. Os alunos construíram gráficos para verificar o comportamento dos dados – Matematização e Resolução - ao considerarmos a estrutura da atividade de Modelagem, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012). Além disso, sobre o uso de tecnologias, a autora menciona que a internet auxiliou na obtenção dos dados – Inteiração, também conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Além de ressaltar a utilização de softwares na dissertação de Batista (2016), achamos oportuno destacar que o objetivo principal do autor consistiu na análise das contribuições do AVA para o desenvolvimento das dimensões crítica e reflexiva da Modelagem Matemática. O AVA, com a utilização da plataforma *Moodle*, oportunizou a elaboração de blocos de atividades de modelagem, o desenvolvimento dos projetos de Modelagem, bem como a disponibilização de textos de reflexão, fóruns sobre as tarefas e atividades que estavam relacionadas com a elaboração dos projetos de Modelagem Matemática, garantindo mais autonomia aos alunos.

No agrupamento Tipo 2 estão os trabalhos que analisam a implementação de uma proposta que aborda o ensino de determinado conteúdo do Cálculo, por meio da Modelagem com a utilização de TDIC (Araújo, 2002; Beltrão, 2009; Borssoi, 2013; Campos, 2013; Fecchio, 2011; Ferruzzi, 2011; Freitas, 2006; Malheiros, 2004; Nascimento, 2007; Rilho, 2005; Santos, 2008; Silva, 2013; Schutz, 2015). As pesquisas reunidas no Tipo 2 são todas pesquisas qualitativas e a maioria realizada em cursos da área de exatas, com exceção de Beltrão (2009), Campos (2013), Malheiros (2004) e Rilho (2005), que sustentaram suas investigações em cursos de Tecnologia de Alimentos, Gestão Pública, Ciências Biológicas e Administração de Empresas, respectivamente.

Alguns dos trabalhos (dissertações e teses) foram desenvolvidos em disciplinas denominadas Cálculo Diferencial e Integral (I, II ou III) como em Fecchio (2011), Araújo (2002), Santos (2008) e Silva (2013), ou simplesmente Cálculo, como em Beltrão (2009) e Freitas (2006). Em outros, as disciplinas em que as pesquisas foram desenvolvidas recebiam denominações distintas, mas os conteúdos previstos eram os de Cálculo.

---

geometria, álgebra e cálculo.

<sup>7</sup> *Graphmatica* é uma aplicação matemática que permite criar representações gráficas de funções cartesianas, relações, desigualdades, e equações ordinárias e diferenciais.

<sup>8</sup> *PhET* é um programa de simulações gratuito, que oferece, aos alunos e professores, diversas simulações em Física e em outras áreas.

<sup>9</sup> *GraphEquation* faz gráficos de regiões e curvas no plano que verifiquem inequações. Permite utilizar coordenadas cartesianas ou polares.

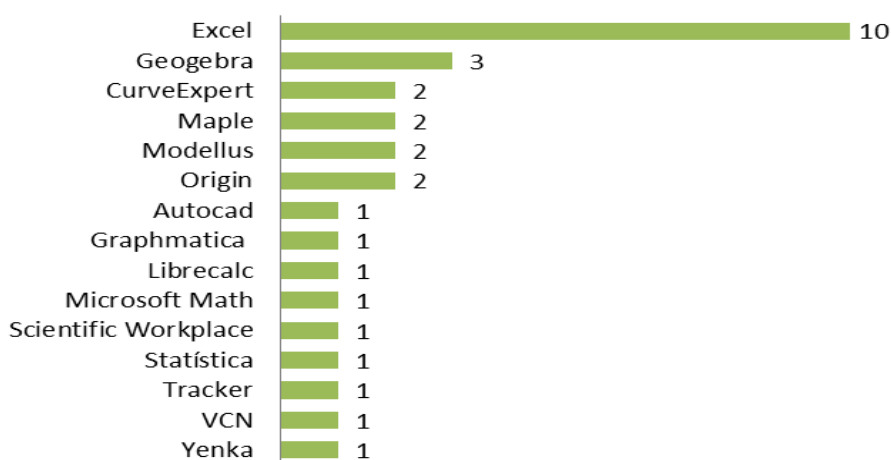
<sup>10</sup> *CurveExpert* é uma multiplataforma para ajuste de curvas e análise de dados.

Esse último caso foi encontrado em Campos (2013), na disciplina Matemática A, cujo conteúdo previsto é o de Cálculo, com exemplos de aplicações voltados para a área de Ciências Humanas; em Ferruzzi (2011), que apresenta em sua tese atividades de Modelagem Matemática na disciplina Matemática II, com referência nos temas relacionados aos conteúdos de EDO; e em Borssoi (2013), Malheiros (2004) e Rilho (2005) que, dentre outras coisas, contemplavam investigações na disciplina Matemática Aplicada.

Além desses, Schutz (2015) descreve em sua dissertação os resultados de uma pesquisa de ensino e aprendizagem com alunos da disciplina Métodos Matemáticos no Curso de Licenciatura em Matemática, cuja ementa envolve o estudo de EDO, em um ambiente de Modelagem Matemática, aliado à utilização de recursos tecnológicos. Já a tese de Nascimento (2007) acompanhou uma experiência com alguns alunos do curso de Licenciatura em Matemática, que dominavam o conhecimento básico do *Modellus*<sup>11</sup>, no laboratório de informática, em período extraescolar.

As TDIC foram utilizadas em diversos sentidos em todos os trabalhos. Desde fonte de dados na *internet*, até *softwares* para plotar gráficos, encontrar funções, obter e validar modelos, entre outros. Em especial, destacaremos no Gráfico 4, a seguir, os *softwares* citados nos trabalhos (dissertações e teses) que se enquadram no Tipo 2:

**Gráfico 4-** Frequência dos *softwares* nos trabalhos do Tipo 2.



Fonte – Os autores.

Dos trabalhos listados no Tipo 2, 10 deles (Beltrão, 2009; Borssoi, 2013; Campos, 2013; Fecchio, 2011; Ferruzzi, 2011; Freitas, 2006; Malheiros, 2004; Rilho, 2005; Santos, 2008; Silva, 2013) mencionam a utilização do pacote de *software Excel* como ferramenta de trabalho dos alunos para o desenvolvimento das atividades no contexto da Modelagem Matemática, seja para o ajuste de curvas (Rilho, 2005), para a representação gráfica do fenômeno estudado, para favorecer um melhor entendimento, possibilitar a constatação de erros, permitir ajustamentos (Freitas, 2006), ou como um instrumento para

<sup>11</sup> *Modellus* é um *software* disponível gratuitamente que permite que os alunos e professores utilizem a Matemática para criar ou explorar modelos de forma interativa.

investigação dos dados obtidos pelos alunos e, promover comparações dos gráficos desenvolvidos pelos alunos com os encontrados na literatura (Malheiros, 2004).

Em Santos (2008), além do *Excel*, o *Maple*<sup>12</sup> e o *Modellus* contribuíram para a realização dessa etapa. Além disso, o autor mencionou o uso do computador para simulação, para verificação, em procedimentos matemáticos, e ainda ressaltou o uso do *Modellus* também na construção do modelo. Em Malheiros (2004), o *software Statistica*<sup>13</sup> auxiliou para que os alunos fizessem a regressão linear dos dados, plotassem os gráficos e para comprovar que os procedimentos adotados pelos alunos estavam corretos.

O próximo *software* mais citado nos trabalhos é o *GeoGebra*, em 3 deles, (Borssoi, 2013; Schutz, 2015; Silva, 2013). Desses trabalhos, Schutz (2015, p. 43-44), menciona sua utilização com a finalidade de plotar os gráficos das funções e obter regressões, raízes de equações, campos de direção e resolver as equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem. E Silva (2013) destaca a pouca habilidade dos alunos em lidar com os *softwares AutoCad*<sup>14</sup>, *Excel* e *GeoGebra*, exigindo um gasto de tempo não previsto em uma etapa.

Os outros *softwares* apresentados no Gráfico 4, com frequência de 2 (dois) trabalhos em cada *software*, ou com frequência de 1 (um) trabalho em cada *software*, alguns deles não tão popularizados, também foram utilizados na obtenção de funções, tratamentos de dados, e algumas vezes para a validação dos modelos, como por exemplo, o *Scientific Workplace*<sup>15</sup>, em Fecchio (2011).

Além do *GeoGebra*, outros *softwares* foram utilizados de diversas maneiras pelos grupos de alunos e pela professora da disciplina Métodos Matemáticos, que envolve o estudo de EDO. O *Librecalc*<sup>16</sup>, por exemplo, foi utilizado para a construção das planilhas dos métodos iterativos de obtenção dos zeros de funções. Já o *CurveExpert*, para interpolações polinomiais e método dos mínimos quadrados, enquanto o *VCN*<sup>17</sup> (*Visual Computational Numerical*) foi usado como um aplicativo de apoio a todos os capítulos da disciplina.

No trabalho de Borssoi (2013), a tecnologia foi integrada às atividades desde a proposição do tema e contribuiu para a condução das atividades de Modelagem. Vários *softwares*, incluindo o *GeoGebra*, foram usados para tratamento e produção de dados, implementação de algoritmos, além da visualização tabular e gráfica dos resultados. O *Yenka*<sup>18</sup>, por exemplo, foi utilizado para o levantamento de dados e, para a interpretação e validação, dentre os utilizados, destacamos o *Origin*<sup>19</sup> e *Maple* (tratamento de dados).

---

12 *Maple* é um programa que permite cálculos matemáticos com expressões simbólicas (ou algébricas).

13 O *Statistica* é um *software* de métodos estatísticos que possui um conjunto de ferramentas para análises estatísticas.

14 *AutoCad* é um programa utilizado principalmente para a elaboração de modelos 2D e criação de modelos 3D.

15 *Scientific Workplace* permite editar facilmente textos científicos com todas as facilidades do padrão LaTeX, além de realizar cálculos algébricos diretamente de sua interface, e gerar gráficos 3D e 2D.

16 *Librecalc* é um programa *freeware* e gratuito que faz parte do *LibreOffice* e possibilita a criação, edição e apresentação de planilhas eletrônicas.

17 *Visual Computational Numerical (VCN)* é um *software* gratuito, que possibilita o tratamento dos conteúdos das disciplinas da área de Cálculo Numérico.

18 *Yenka* é um *software* desenvolvido principalmente para educadores que permite o uso e edição de uma biblioteca de aulas para as áreas da matemática, ciências, tecnologia e computação.

19 *Origin* é um *software* aplicado na análise de dados e visualização com plotagens. Integrado a planilhas do tipo *Excel* é capaz de ajustar e analisar os diversos modelos de gráficos científicos.

Além disso, ressaltamos que a utilização do *Tracker*<sup>20</sup> colaborou por meio da videoanálise e construção de modelos.

Em Schutz (2015), os *softwares* foram utilizados de diversas maneiras pelos grupos de alunos e pela professora da disciplina Métodos Matemáticos, que envolve o estudo de EDO. Em sala de aula, para propiciar e facilitar a aprendizagem dos conteúdos, a professora fez uso de alguns *softwares* para familiarizar e preparar os alunos para o desenvolvimento do projeto final de Modelagem Matemática, cujo tema seria escolhido pelos próprios alunos. Essa utilização destinou-se para "[...] resolver as atividades, seja, para validar os resultados obtidos manualmente ou, para dar ênfase às reflexões oriundas dos aspectos visuais" (SCHUTZ, 2015, p.45).

Os alunos foram orientados a utilizar esses recursos, além do *GeoGebra*, tanto na resolução dos exercícios propostos quanto no projeto final de Modelagem Matemática. No projeto final, a utilização desses *softwares* variou nos grupos, sendo que todos utilizaram o *software GeoGebra*, por garantir uma visualização melhor dos gráficos, além de ser mais popular entre eles. Os outros *softwares* utilizados na disciplina (*LibreCalc*, *VCN* e *CurveExpert*) foram empregados pelos alunos na comparação dos resultados encontrados, ou seja, como forma de verificação.

## Considerações Finais

O mapeamento das teses e dissertações nos permitiu sistematizar uma análise das pesquisas brasileiras que envolvem o ensino de Cálculo, utilizam a Modelagem Matemática e adotam práticas com o uso de TDIC no Ensino Superior.

Na literatura, encontramos algumas pesquisas atuais que apresentam mapeamentos de produções brasileiras sobre o uso da Modelagem Matemática no ensino do Cálculo e também uma revisão sistemática da literatura sobre a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais Educacionais em diferentes níveis de ensino. No entanto, esta investigação mostrou-nos que a quantidade de trabalhos que abordam o ensino de Cálculo no Ensino Superior ainda é relativamente pequena ao associarmos à Modelagem Matemática e às TDIC.

Nesta pesquisa percebemos que, independentemente das finalidades dos trabalhos, seja a análise da implementação de propostas educativas ou a apresentação de uma proposta educativa, todos enfatizam, embora em graus diferentes, o uso das Tecnologias Digitais em atividades que viabilizaram ou têm o potencial de viabilizar a aprendizagem de tópicos de Cálculo. Percebemos também a articulação entre a Modelagem e a utilização de TDIC principalmente em algumas etapas do desenvolvimento das atividades no que diz respeito às 1ª, 2ª e 3ª fases/etapas da Modelagem mencionadas por Biembengut (2016).

O uso da *internet*, por exemplo, foi marcante ao desempenhar o papel principal como fonte de pesquisa, levantamento de informações e dados, auxiliando no momento de escolha e familiarização sobre determinado assunto de algumas atividades. Ressaltamos também, o uso de *softwares* específicos, matemáticos ou não, favorecendo

---

20 *Tracker* é um *software* gratuito que possibilita a videoanálise e construção de modelos de fenômenos físicos.

a realização do momento de formulação de problemas, questões, hipóteses e de um modelo, e do momento de interpretação da solução, de avaliação e validação do modelo formulado.

Observamos a existência de um trabalho de natureza empírica que resultou em uma proposta de ensino, enquadrado no primeiro grupo deste capítulo, por não discutir a realização e os resultados das atividades com os alunos. Constatamos também, que a maioria dos trabalhos investigados são de natureza empírica, que implementam e analisam uma prática de ensino, constituindo o segundo grupo deste capítulo. Alguns desses trabalhos, aproximadamente 30% das produções encontradas, abordam o ensino sobre a Modelagem e a Modelar, sem fazer menção a essas abordagens, visto que esses não possuem delimitações específicas e agrupamos no Tipo 1. Outros, em uma quantidade mais expressiva, aproximadamente 65% das produções, agrupamos nos trabalhos que analisam a implementação de uma proposta educativa que aborda o ensino de determinado conteúdo do Cálculo, por meio da Modelagem, como tipo 2.

A maioria das pesquisas do Tipo 1 foram realizadas em cursos de Licenciaturas na área de exatas. Nesse caso, as atividades usaram as ferramentas do Cálculo e tiveram potencial de alicerçar futuras atividades de ensino de Cálculo, mas, não tiveram como objetivo principal o ensino dos conteúdos do Cálculo. Com relação às pesquisas reunidas no Tipo 2, todas são qualitativas e a maioria também realizada em cursos da área de exatas. Essas foram desenvolvidas em disciplinas denominadas Cálculo ou em disciplinas/cursos que recebem outras denominações, mas os conteúdos previstos são os de Cálculo.

Em ambos os Tipos, Tipo 1 e Tipo 2, do segundo agrupamento, encontramos o emprego do *software Excel*, seguido do *GeoGebra*, em uma quantidade significativa dos trabalhos. O *Excel* foi utilizado como ferramenta de trabalho dos alunos para o desenvolvimento das atividades no contexto da Modelagem Matemática, dentre suas atribuições, destacaram sua utilização para a elaboração de modelos, esboços de gráficos e também para auxiliar na análise dos resultados encontrados pelos alunos. Da mesma maneira, o *GeoGebra* foi utilizado nas atividades em etapas de formulação e resolução dos modelos, pois esse programa facilita a interpretação gráfica dos modelos matemáticos.

Nas diversas abordagens adotadas, observamos o uso das tecnologias enquanto possibilidade para o trabalho com a Modelagem. Conforme já mencionamos, as tecnologias deram suporte e possibilitaram a realização das atividades propostas, ou implementadas e analisadas nos trabalhos selecionados. Além disso, propiciaram novas performances, possibilidades, conexões interdisciplinares e um número maior de aplicações para se levar para a sala de aula criando um elo com outras áreas do conhecimento.

Ao considerarmos a Modelagem Matemática e o uso de TDIC como agentes que possibilitam uma conexão interdisciplinar dos saberes constatamos uma carência de investigações em cursos fora da área de exatas. Isso, pois geralmente os alunos da área de exatas têm predisposição para gostar mais de Cálculo e possuem habilidades expressivas para o raciocínio lógico, fazendo com que atividades direcionadas para esses cursos sejam bem acolhidas por parte dos professores e alunos, o que justifica a quantidade de investigações encontradas, aproximadamente 76% do total.

Ao considerarmos a Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias Digitais como agentes que possibilitam uma conexão interdisciplinar dos saberes, este estudo expressou que ainda há muito que se investigar sobre a multiplicidade de atuação dessas

duas tendências da Educação Matemática no Ensino Superior, sobretudo no ensino e aprendizagem de Cálculo em cursos não pertencentes à área de conhecimento das Ciências Exatas, e por isso, recomendamos a continuidade do estudo dessa temática.

## Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ARAÚJO, J. de L. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos**. 2002. 173 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2002.

BATISTA, J. de F. R. **Modelagem matemática no ambiente virtual de aprendizagem (AVA): entendendo as suas dimensões crítica e reflexiva a partir de um estudo de caso**. 2016. 252 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.

BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações: teoria e prática**. 2009. 322 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BORSSOI, A. H. **Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias: articulações em diferentes Contextos Educacionais**. 2013. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

CAMPOS, I. da S. **Alunos em ambientes de modelagem matemática: caracterização do envolvimento a partir da relação com o background e o foreground**. 2013. 203 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

DOMINGOS, R. M. C. **Resolução de problemas e modelagem matemática: uma experiência na formação inicial de professores de física e matemática**. 2016. 193 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática.) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

FECCHIO, R. **Modelagem Matemática e a interdisciplinaridade na introdução do conceito de Equação Diferencial em cursos de Engenharia**. 2011. 208 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

FERRUZZI, E. C. **Interações discursivas e aprendizagem em modelagem matemática**. 2011. 228 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

FLORES, J. B.; LIMA, V. M. R.; MÜLLER, T. J. O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino de Cálculo Diferencial e Integral: reflexões a partir de uma

metanálise. In: **Abakos**, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais PUC-MG, Belo Horizonte, v. 6, n. 2, p. 21-35, 2018.

FREITAS, C. A. M. de. **Modelagem Matemática da Araucária Angustifolia nos Campos de Lages, Santa Catarina: Uma Proposta Metodológica Regional para o Estudo do Cálculo Diferencial e Integral em Sala de Aula.** 2006. 120 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2006.

FURTADO, A. B. **Avaliação do uso de tecnologias digitais no apoio ao processo de modelagem matemática.** 2014. 182 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

MALHEIROS, A. P. dos S. **Produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem.** 2004. 180 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2004.

MARIN, D. **Professores de Matemática que usam a Tecnologia de Informação e Comunicação no Ensino Superior.** 2009. 164p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2009.

MENEZES, R. O. **O uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.** 2016. 86 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

NASCIMENTO, R. A. do. **Modelagem matemática com simulação computacional na aprendizagem de função.** 2007. 344 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

OLIVEIRA, J. D. de. **Mapeamento de pesquisas que utilizam a modelagem matemática para o ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral: uma análise a partir da construção de um banco de dados.** 2018. 222p; Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.

OLIVEIRA, J. D.; MADRUGA, Z. E. F. Mapeamento de produções brasileira sobre o uso da Modelagem Matemática no ensino do Cálculo Diferencial Integral. **Revista Docência do Ensino Superior**, v. 8, p. 211-227, 2018.

PARANHOS, M. de M. **Parametrização e movimentação de curvas e superfícies para uso em modelação matemática.** 2015. 147 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

PEREIRA, R. S. G.; SEKI, J. T. P.; PALHARINI, B. N.; COELHO NETO, J.; SILVA, A. C.; DAMIN, WILLIAN; MARTINS, B. O. Modelagem matemática e tecnologias digitais educacionais: possibilidades e aproximações por meio de uma revisão sistemática de literatura. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 8, p. 80-94, 2017.

RILHO, B. C. **Uma experiência em ensino e aprendizagem: modelos de investimento e as derivadas.** 2005. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2005.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “Estado da Arte” em Educação. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n.19, p.37-50, set./dez., 2006.

SANTOS, F. V. **Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação**: o uso que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem. 2008. 176 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SCHUTZ, C. **Modelagem matemática e recursos tecnológicos**: uma experiência em um curso de formação inicial de professores. 2015. 127 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

SILVA, C. A. da. **Introdução ao conceito de integral de funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentais em princípios da Modelagem Matemática**. 2013. 349 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

SOUZA JUNIOR, A. J. de. **Concepções do professor universitário sobre o ensino da matemática**. 1993. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1993.

SOUZA JUNIOR, A. J. **Trabalho Coletivo na Universidade**: Trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

VIDIGAL, C. L. **Desenvolvendo criticidade e criatividade com estudantes de Geografia por meio de modelagem**. 2013. 149 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

ZANIM, A. P. **Competências dos alunos em atividades de Modelagem Matemática**. 2015. 164 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.