

# A UTILIZAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES DE PROBABILIDADE PARA ENGENHARIAS

G5 – Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Carlos Willians Paschoal (MA) – [carlos.willians\\_mat@hotmail.com](mailto:carlos.willians_mat@hotmail.com)

Profa. Dra. Barbara Lutaif Bianchini – [barbara@pucsp.br](mailto:barbara@pucsp.br) – PUC/SP

## Resumo

Neste trabalho temos como intuito apresentar parte da dissertação desenvolvida pelo primeiro autor e orientada pelo segundo autor, que esta em fase inicial, sendo hoje composto de uma revisão-bibliográfica e de um modelo de atividade para aplicação, o interesse do primeiro autor pelo tema se deu em sua graduação devido a inquietações sobre o papel da contextualização dentro dos conceitos matemáticos. Este interesse foi reavivado ao iniciar o trabalho com a disciplina de estatística em cursos de engenharia, no qual pude perceber que alguns alunos não percebiam aplicações para o conteúdo trabalhado. O embasamento teórico e metodológico deste trabalho foi desenvolvido com base em estudos da modelagem matemática, desenvolvidos principalmente por Bassanezi (2004), Biembengut e Hein (2000) e Jacobini, Wodewotski (2001). A discussão deste trabalho visa apresentar aspectos da modelagem matemática, a definição a ser usada como norteadora e os diferenciais apresentados para o desenvolvimento do trabalho em modelagem. Estes diferenciais envolvem um estudo de caso elaborado por alunos do 2º ano de Engenharia, nos quais conceitos de Distribuições de Probabilidade aplicados à Estatística foram abordados, além de alguns conceitos de Estatística Descritiva e Inferência. As considerações do trabalho refletem sobre aspectos motivadores que processos de modelagem matemática trazem para a sala de aula e seu papel articulador entre conteúdos de demais disciplinas e entre a realidade.

**Palavras-chave:** Educação algébrica; Modelagem Matemática; Ensino; Engenharia.

Ao iniciar minha formação profissional, voltada ao ensino de estatística no ano de 2013 com cursos de engenharia, pude notar relevante inquietação dos alunos no que se refere à aplicação da matéria em seus respectivos campos de trabalho. Esta inquietação compartilhada pelos autores deste trabalho se deve principalmente ao distanciamento do curso e as necessidades que os mesmos encontravam em seus campos de trabalho, sendo que nas turmas referidas diversos alunos já se encontravam fazendo estágio e não percebiam relação entre os assuntos abordados em sala de aula e sua prática.

Considerando o fato que para Jacobini e Wodewotski:

tradicionalmente, os cursos de Estatística têm sido ministrados com grande ênfase em técnicas e com poucas aplicações relacionadas com o dia-a-dia dos estudantes. O conteúdo programático é desenvolvido através de uma sequência-padrão, contemplando os tópicos: estatística descritiva, correlação, regressão linear, noções de probabilidade,

distribuições de probabilidade e, em alguns casos, distribuições amostrais e inferência. (JACOBINI, WODEWOTSKI, 2001, p. 2)

Passamos a colocar em questão a adequação do formato do curso para a formação profissional que se faz necessária. Estas questões nos levaram a voltar o olhar para a modelagem matemática, tema que havia sido anteriormente abordado na monografia do primeiro autor. Desta vez buscando relacionar a modelagem matemática com o ensino de Estatística, em particular no ensino de probabilidade e suas distribuições. Necessidade esta abordada nas Diretrizes Curriculares Nacionais dos Cursos de Engenharia (2001) que afirmam:

O novo engenheiro deve ser capaz de propor soluções que sejam não apenas tecnicamente corretas, ele deve ter a ambição de considerar os problemas em sua totalidade, em sua inserção numa cadeia de causas e efeitos de múltiplas dimensões. (CNE/CES 1362/2001)

Afirmação que nos leva a considerar novas possibilidades na organização do ensino de Estatística, que permite ao aluno generalizar situações a partir de uma determinada situação que lhe é imposta, tendo como base seus conhecimentos prévios, que o orientem para pesquisas que venham a ser necessárias na resolução de problemas, bem como a aprendizagem de novos conteúdos de maneira autônoma, de acordo com as necessidades da questão.

Mesmo assim nossa experiência nos diz que em geral as matérias consideradas básicas como Estatística, Cálculo, Álgebra, Geometria Analítica e Física que são base para qualquer curso de engenharia são tratadas de maneira principalmente teóricas, como se a responsabilidade por aplicações se devesse exclusivamente a disciplinas mais específicas do curso.

Interpretação que historicamente seria incoerente com o surgimento da modelagem matemática em si, pois segundo Beltrão (2009, p. 41) a modelagem matemática como técnica educativa surge pela primeira vez em cursos de engenharia, sendo que esta se espalhou para outras áreas nas décadas seguintes.

Na literatura podemos encontrar diversas definições de modelagem matemática, a que iremos optar no desenvolvimento deste trabalho é a descrita por Bassanezi como:

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções

devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2004, p. 24)

O que nos leva a compreender o significado da palavra modelo matemático que segundo Bassanezi (2004, p. 19 – 20) é um termo ambíguo que pode ser interpretado de duas maneiras: modelo Objeto, que representa um objeto ou fato concreto com características de ser estável e ter variáveis homogêneas, enquanto que o modelo teórico seria aquele vinculado a uma teoria geral existente.

O autor considera modelo matemático *um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado*, e defini sua importância em ter uma linguagem concisa que expressa ideias de uma maneira clara e sem ambiguidades, além de ter um arsenal de teoremas que podem propiciar o uso de métodos computacionais para obter soluções matemáticas. Segundo o autor eles podem três classificações:

Linear ou não linear; Estático (representação de um objeto geométrico) ou dinâmico (simulação de crescimento populacional); Educacional ou Aplicativo

Neste trabalho os modelos abordados serão educacionais, ou seja, não pretendemos representar a realidade com o grau de fidelidade que seria adequado para se fazer previsões, as vantagens deste tipo de modelo é que ele favorece a obtenção de ideias para a criação de modelos reais a partir da experiência.

Ao optarmos trabalhar com processos de modelagem matemática observamos também os estudos de Biembengut e Hein, que afirmam que *a Modelagem Matemática no ensino pode despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente* (BIEMBENGUT, HEIN, 2000, p. 18), pois ao nosso entender aspectos motivacionais são importantes mesmo em cursos de serviço. E que a justificativa para aprender determinado conteúdo é frágil, quando se remete a aplicações futuras que por um motivo ou outro os alunos não teriam condições de dominar em um primeiro momento.

Biembengut e Hein sugerem algumas adaptações que torne possível a utilização da modelagem matemática, a estas adaptações os autores nomeiam de modelação matemática. *Na modelação, o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo sua recriação em sala, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto.* (BIEMBENGUT, HEIN, 2000, p. 28-29)

Esta possibilidade nos favorece no sentido que é possível buscar em determinados campos de trabalho aplicações da Probabilidade e Estatística, que sejam do interesse dos alunos e que se encaixe em determinados conteúdos do programa sem necessidade de reorganizações profundas de uma ementa de curso.

Para o desenvolvimento de um trabalho que envolva os conceitos abordados sobre a Modelagem Matemática, optamos em uma metodologia que envolvesse um estudo de caso a ser construído por alunos do 2º ano de Engenharia, definimos esta metodologia a partir de Miguel (2007):

O estudo de caso é um estudo de natureza empírica que investiga um determinado fenômeno, geralmente contemporâneo, dentro de um contexto real de vida, quando as fronteiras entre o fenômeno e o contexto em que ele se insere não são claramente definidas. Trata-se de uma análise aprofundada de um ou mais objetos (casos), para que permita o seu amplo e detalhado conhecimento (GIL, 1996; BERTO; NAKANO, 2000). Seu objetivo é aprofundar o conhecimento acerca de um problema não suficientemente definido (MATTAR, 1996), visando estimular a compreensão, sugerir hipóteses e questões ou desenvolver a teoria. (MIGUEL, 2007, p. 219)

A motivação para este modelo de trabalho iniciou-se perante os questionamentos dos próprios alunos que traziam questões que envolviam estatística em seus campos de trabalho. Estas questões em primeiro momento eram relatadas de maneira incompleta com a ausência de variáveis ou excesso delas, e em diversas vezes sem contextualização, fato recorrente e que dificultava a resolução do problema.

Sendo que ao mesmo tempo estas questões indicavam um caminho a ser traçado no curso, este já explorado pelo SNEE (1993), no artigo *What's Missing in Statistical Education*, afirma que "*as pessoas estudarão Estatística se a Estatística tiver algum significado para elas*". (SNEE, 1993 *apud* JACOBINI, WODEWOTSKI, 2001, p 4). "*Nesse sentido, o processo de ensino e de aprendizagem se tornará mais fácil e mais produtivo se os alunos encontrarem na Estatística valores que justifiquem o seu estudo. Em outras palavras, se eles estiverem motivados para estudar Estatística.*" (JACOBINI, WODEWOTSKI, 2001, p 4).

Desta maneira uma atividade foi proposta aos alunos para que eles elaborassem em grupo um estudo de caso focado em um problema de produção ou gestão de uma empresa real ou fictícia que preferencialmente abordasse uma ou mais das seguintes distribuições de probabilidade estudadas em sala: Distribuição Binomial, Distribuição de Poisson, Distribuição Normal e Distribuição Exponencial. Em um primeiro momento

nossa intenção era direcionar o aluno como coautor de seu processo de aprendizagem. Compartilhando a opinião de Miguel (2005) que afirma que *no campo da Educação Matemática, os estudos sugerem novos caminhos e a sala de aula passa a ser um precioso laboratório de experimentação, onde a ação, observação, análise e reflexão norteiam novas experiências, embora sem controle científico.* (MIGUEL, 2005, p. 15)

Esta proposta teve duração de um mês e correu paralela às aulas de Estatística que eram ministradas pelo primeiro autor do trabalho. Convém destacar que no primeiro momento parte dos grupos se organizaram de maneira que no mínimo um dos alunos estivesse no mercado de trabalho, o que não foi solicitado em nenhum momento da proposta. Outros grupos, desta vez uma minoria procurou professores de áreas específicas para iniciar o trabalho, o que também não foi solicitado.

Dentro dos trabalhos apresentados destacamos quatro projetos, um de melhoria operacional e redução do esforço físico, aplicado em uma empresa brasileira que utilizou estatística descrita e a distribuição normal.

Um segundo projeto que envolveu uma empresa fictícia de lavagem de carros, a teoria das filas com aplicação da distribuição de Poisson. Um terceiro sobre a fabricação de frascos de perfumes que buscava a identificação de eventuais defeitos em lotes, que utilizou distribuições amostrais, um conceito que também já havia sido estudado.

E por último um projeto de recuperação de vigas de concreto armado, que teve parceria de um professor de mecânica dos materiais, este projeto merece destaque por ter relacionado duas distribuições de probabilidade a Distribuição Normal, já estudada e a distribuição de Weibull, que não havia sido trabalhada em sala, além de relacionar conceitos de Teste de Hipóteses de maneira correta.

Estes primeiros resultados ainda que com características de experimentação, foram validadores do que acreditávamos a respeito de processos que envolvessem modelos de distribuição, casos reais onde estes modelos pudessem ser aplicados de maneira que acreditamos que os seguintes passos da modelagem matemática foram realizados:

Obtenção de um problema não matemático, por meio de pesquisas ou experiência; abstração do problema; identificação de um modelo matemático adequado para aquela situação; resolução. Sendo que neste primeiro momento não acreditamos que nenhum dos trabalhos apresentados passou por um processo de validação, onde o modelo seria aceito ou não, assim como não chegamos à aplicação. (BASSANEZI, 2004. P. 27 – 30).

Com base no exposto consideramos que ao propor a atividade para os alunos, percebemos o interesse gerado em sala, bem como o rápido comprometimento de alguns com a atividade, propondo ideias de trabalhos diretamente relacionados com suas atividades profissionais, e que a modelagem matemática no ensino de probabilidade na disciplina de Estatística cumpre papel articulador de conteúdos e com as necessidades práticas de um curso de Engenharia.

### **Referências**

- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2004.
- BELTRÃO, Maria Eli Puga. **Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações – Teoria e Prática**. Tese de Doutorado, São Paulo: Pontifícia Universidade Católica (PUCSP), 2009.
- BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5.ed. São Paulo: Contexto, 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho de Educação Superior. **Diretrizes Curriculares Nacionais dos Cursos de Engenharia**. Brasil. CNE/CES 1362/2001.
- JACOBINI, Otávio Roberto; WODEWOTSKI, Maria Lucia L. **A Modelagem Matemática Aplicada no Ensino de Estatística em Cursos de Graduação**. *Bolema* (Rio Claro). v. 14, n. 15, 2001.
- MIGUEL, Paulo Augusto Cauchick. **Estudo de caso na engenharia de produção: estruturação e recomendações para sua condução**. *Produção*, v. 17, n. 1, p. 216-229, Jan./Abr. 2007
- MIGUEL, Maria Inez Rodrigues. **Ensino e Aprendizagem do Modelo de Poisson: Uma Experiência com Modelagem**. Tese de Doutorado, São Paulo: Pontifícia Universidade Católica (PUCSP), 2005.