

ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DE TAREFAS DE ÁREA E PERÍMETRO NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

G5 – Ensino e Aprendizagem de Matemática

Débora Virgília Canne (MP) – canne@terra.com.br

Cintia Ap. Bento dos Santos – cintia.absantos@gmail.com – UNICSUL

Resumo

Este trabalho é um recorte da nossa pesquisa de mestrado na qual estamos analisando como são institucionalizadas as noções de área e perímetro ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental nos Cadernos de Matemática do Aluno, em relação ao que é proposto no Currículo do Estado de São Paulo. Com isso, vamos expor o quadro de análise para algumas tarefas do 8º ano. Pretendemos mostrar o que revelam os Cadernos de Matemática do Aluno e do Professor do Ensino Fundamental da rede Pública do Estado de São Paulo, em relação às noções de área e perímetro. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, pois não estamos trabalhando com a representação numérica dos dados, e sim, com o que esses dados podem nos revelar. A técnica adequada ao nosso trabalho é a de análise documental, sendo os Cadernos do Aluno e do Professor as nossas fontes de dados. Os dados para a pesquisa foram construídos a partir da seleção rigorosa de todas as tarefas apresentadas nos Cadernos do Aluno e suas respectivas orientações de ensino contidas no Caderno do Professor, referentes à noção de área e perímetro. Nosso referencial teórico está apoiado na Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard (1992), Objetos Ostensivos e Não ostensivos de Marianna Bosch e Yves Chevallard (1999), Nível esperado de aprendizagem de Aline Robert (1998).

Palavras-chave: Ensino Fundamental; Área e Perímetro; Teoria Antropológica do Didático; Nível esperado de aprendizagem.

Introdução

Este artigo apresenta resultados de análises que são parte de uma pesquisa maior realizada no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, e que está inserida no Grupo de Pesquisa.

Área e perímetro são conceitos indispensáveis no ensino e aprendizagem de Matemática e podem ser trabalhados associados a outros conteúdos matemáticos, ou seja, podem configurar como articuladores no estudo de outras noções matemáticas. Logo, a construção desses conceitos deve ser explorada em termos de grandezas em sala de aula, em que o professor não deve se ater apenas ao ensino de seus aspectos numéricos e algébricos, tomando como foco principal os cálculos a partir de fórmulas. A nosso ver, um trabalho que leve em consideração apenas uma aplicação técnica de fórmulas em relação às noções de área e perímetro pode levar alunos a apresentarem dificuldades em assimilar e/ou diferenciar conceitos, e esse fato pode implicar a

confusão que passam a fazer entre as noções de área e perímetro, bem como a diferenciação e reconhecimento de suas unidades de medida.

Baltar e Figueiredo (2010) justificam que a inclusão desses conteúdos no Ensino Fundamental é de suma importância por três razões: os seus usos sociais, como suas utilizações nas técnicas e nas ciências; as conexões com outras disciplinas escolares; e as articulações com outros conteúdos da Matemática.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, tais conhecimentos são articulados a outras situações de ensino, como, por exemplo: equações do segundo grau; função do primeiro e segundo graus, ampliação e redução de figuras, proporção, produtos notáveis. Nesses momentos, nossa prática de sala de aula nos leva a verificar as dificuldades de entendimento ou não assimilação desses conteúdos nas resoluções dos problemas. Tais fatos contribuem para aumentar as dificuldades desses alunos, sendo necessário retomar alguns pontos básicos referentes às noções de área e perímetro.

O Estado de São Paulo distribui gratuitamente os Cadernos de cada disciplina curricular para o aluno e o professor, além do livro didático, que é fornecido pelo Ministério da Educação e Cultura. Atualmente, são dois volumes por disciplina, cada volume corresponde a dois bimestres. As avaliações externas são baseadas no Currículo do Estado de São Paulo (2013), aprovado em 2010, portanto, os Cadernos do Aluno seguem o que foi determinado e recomendado.

Um dos fatores que chamaram a nossa atenção para a escolha do tema foram os resultados das avaliações externas feitas pelo Governo do Estado de São Paulo, como a “Avaliação da Aprendizagem em Processo” (AAP)¹ e o SARESP², principalmente, os resultados da escola pública à qual a pesquisadora está vinculada no presente momento. Decidimos, então, analisar as relações institucionais presentes nas tarefas referentes às noções de área e perímetro contidas nesses Cadernos.

Dessa forma, para identificarmos as relações institucionais sobre as noções de área e perímetro no processo de ensino e aprendizagem desses conceitos, no Ensino Fundamental das escolas públicas do Estado de São Paulo, analisamos as organizações praxeológicas existentes, isto é, as possíveis teorias das práticas (tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias) que vêm sendo indicadas pelo Currículo do Estado de São Paulo e postas em funcionamento por meio dos Cadernos do Aluno e do Professor.

¹ AAP- Avaliação aplicada pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. São duas avaliações por ano, uma no início do ano letivo e outra no meio do ano, para todas as séries/anos do Ensino Fundamental e Médio.

² SARESP: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

Tal análise praxeológica toma como quadro teórico Chevallard (1992) e Bosch e Chevallard (1999).

Como forma de ampliar essa análise, vamos complementar também com os níveis de conhecimento esperados dos educandos de cada tarefa, de acordo com os estudos de Robert (1998), que os classifica em três níveis: técnico, mobilizável e disponível. Esses níveis se configuram como ferramentas de análise e podem nos ajudar a identificar o que é solicitado em relação à mobilização de conhecimentos matemáticos nas tarefas propostas.

Nesta comunicação, temos por objetivo apresentar parte de nossa análise que tem sido desenvolvida para esta pesquisa no âmbito do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Esta pesquisa se aloca no grupo de pesquisa denominado Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática e Metodologias em Educação Matemática, devidamente registrado no CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).

Para realizarmos o estudo que aqui nos propusemos a apresentar, construímos uma grade de análise que permitiu identificar os diferentes tipos de tarefas e as técnicas habitualmente desenvolvidas para a aprendizagem desses conteúdos, bem como a classificação de cada tarefa em relação aos níveis de conhecimento esperados dos educandos.

Na sequência, faremos uma breve apresentação do quadro teórico que sustenta as análises realizadas nesta pesquisa para melhor esclarecer o leitor.

Quadro Teórico

Iniciamos apresentando brevemente algumas noções que compõem a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard (1992), Bosch e Chevallard (1992), que utilizamos na análise das relações institucionais existentes no atual processo de ensino e aprendizagem das noções de área e perímetro no Ensino Fundamental do Estado de São Paulo.

Dessa maneira, seguindo o encaminhamento dado pelo autor, focamos as noções de relações institucionais e pessoais com um determinado objeto matemático. Na ótica de Chevallard (1992), a análise antropológica permite pensar de maneira unificada diversos fenômenos didáticos. Chevallard parte de termos primitivos: objetos (O), pessoas (X) e instituições (I). Admitindo que tudo é objeto, o autor define relação institucional quando um determinado objeto (O) existe para pelo menos uma instituição

(I), e define relação pessoal quando um objeto (O) existe para pelo menos uma pessoa (X). O autor considera exemplos matemáticos de objetos como a função área, função perímetro, fórmulas para o cálculo de área e perímetro, da mesma forma que a escola, aluno e professor consideram como um conteúdo da Matemática.

Sendo assim, conhecer um determinado objeto (O) significa tanto para uma pessoa (X) como para uma instituição (I) ter uma relação com (O). Para que uma pessoa (X) tenha uma relação com um determinado objeto (O), ela precisa se submeter a uma determinada instituição (escola, classe, tutorial, curso, família).

Conforme Chevallard (1992), o objeto (O) pode não existir para uma pessoa (X) antes de sua entrada em determinada instituição (I), mas, quando isso acontece, ou seja, quando a pessoa passa a ter essa relação, tudo isso muda.

Ampliando o quadro teórico, Bosch e Chevallard (1999) introduzem as noções de organizações praxeológicas e ostensivos e não ostensivos, afirmando que toda atividade humana pode ser decomposta por determinado número de tarefas. Essas tarefas, por sua vez, exigem uma técnica que deve ser descrita, explicada e justificada, o que conduz a definir tecnologia ou discurso sobre a técnica e teoria, que são as tecnologias das tecnologias.

De acordo com os autores, para manipularmos as técnicas, utilizamos os ostensivos, que correspondem às representações externas, e para justificarmos o trabalho que está se desenvolvendo, evocamos os não ostensivos ou representações mentais, e podemos perceber a evidência da dialética entre ostensivos e não ostensivos. A ostensividade da qual falam Bosch e Chevallard (1999) se refere, geralmente, ao conjunto de sentidos ou significações em que a visão e a audição desempenham um papel privilegiado. Além de sua percepção, o que caracteriza os ostensivos é o fato de serem “manipuláveis” pelo homem.

Por exemplo:

Escrever “ $A = b \cdot h$ ” (área do retângulo) ou “ $P = 2 \cdot b + 2 \cdot h$ ” (perímetro do retângulo) pode ser visto como uma simples manipulação de objetos ostensivos, mas esse cálculo não poderia ser efetuado intencionalmente, sem a intervenção de certos objetos não ostensivos específicos, tal como a noção de área e perímetro de um retângulo.

Então, um objeto ostensivo é, sobretudo, considerado como um possível instrumento da atividade humana, ou seja, como uma entidade que permite, em

associação com outros, confirmar técnicas que possibilitem realizar certos exercícios ou trabalhos.

Para melhor compreendermos as relações institucionais com respeito ao trabalho matemático a ser desenvolvido com os alunos, consideramos também a abordagem teórica de Aline Robert (1998), de acordo com os três níveis de conhecimentos esperados.

Robert (1998) considera que o nível técnico corresponde a um trabalho isolado, local e concreto, em geral, associado às definições e ferramentas a serem utilizadas em determinada tarefa. O estudante encontra na tarefa todos os elementos necessários para a sua realização. Podemos verificar um exemplo desse nível de funcionamento do conhecimento na figura 1.

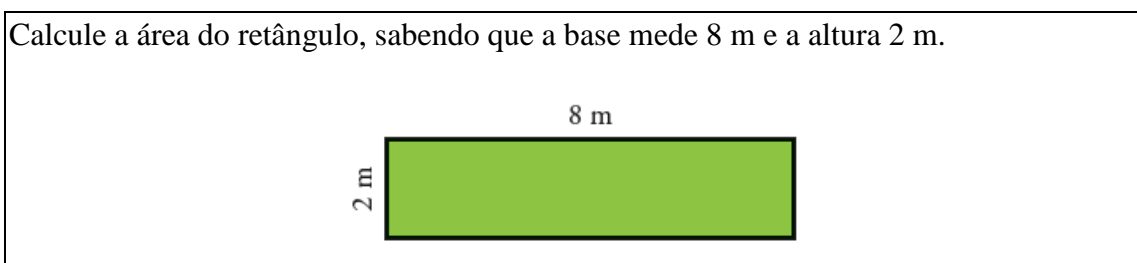


Figura 1: área do retângulo

Fonte: Adaptado do Caderno do Aluno (8º ano), 2014, v. 2, p. 64.

Já o nível mobilizável, a pesquisadora classifica como aquele que corresponde a resolver uma tarefa por meio da identificação de um saber que é pedido explicitamente, mas que exige certa adaptação. Nesse caso, é necessário saber usar ferramentas específicas de forma correta, e, em alguns momentos, o conhecimento a ser mobilizado já corresponde a uma determinada organização.

Podemos verificar um exemplo desse nível de funcionamento do conhecimento na figura 2.

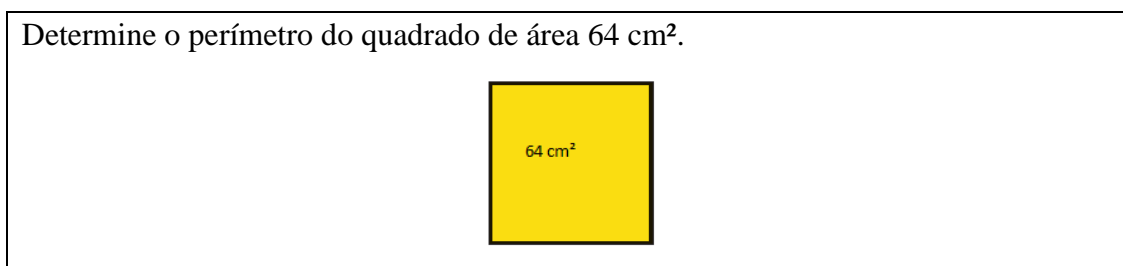


Figura 2: Perímetro do quadrado

Fonte: Adaptado do Caderno do Aluno (8º ano), 2014, v.2, p. 64.

Em relação ao nível disponível, Robert (1998) considera como aquele que corresponde a responder corretamente a tarefa dada, porém não é indicado nenhum caminho ou ferramenta que possa auxiliar na sua resolução. Nesse nível, é preciso dispor de meios para encontrar ou criar contraexemplos, articular diferentes noções matemáticas, fazendo as relações necessárias entre elas. Esse nível funciona como um desafio para os alunos, que realizam a tarefa solicitada sem a indicação do professor.

Podemos verificar um exemplo desse nível de funcionamento do conhecimento na figura 3.

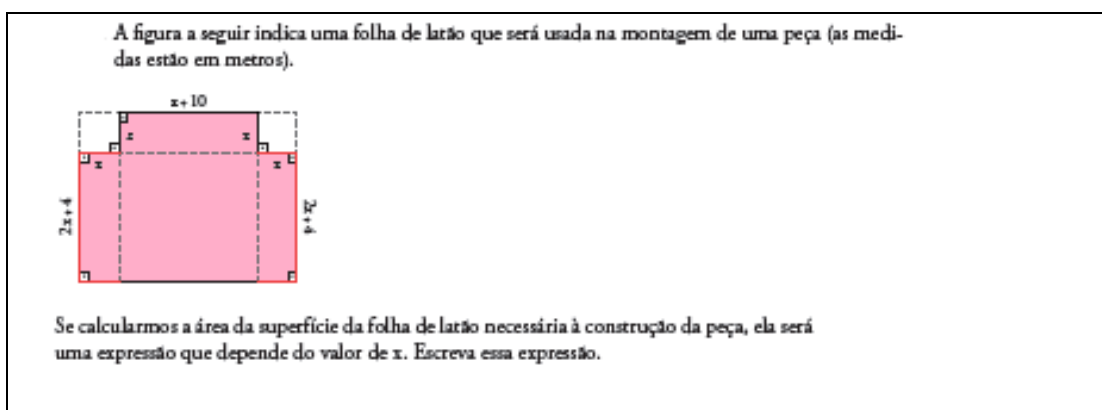


Figura 3: Equação da área total

Fonte: Adaptado do Caderno do Aluno (8º ano), 2014, v.2. p. 73.

Na sequência, apresentaremos uma breve descrição da metodologia utilizada neste trabalho.

Metodologia

Nossa pesquisa utiliza o método qualitativo com técnica de análise documental, para a qual escolhemos analisar as relações institucionais existentes nos Cadernos do Aluno e do Professor do Ensino Fundamental de Matemática das escolas públicas do Estado de São Paulo.

Para esta comunicação, selecionamos para apresentar nossas análises três tarefas referentes à noção de área e perímetro presentes no Caderno do Aluno da 7ª série/ 8º ano, volume 2 (2014-2017).

As análises foram realizadas com base em uma grade – Quadro 1 – que permite identificar parte das organizações praxeológicas existentes (bloco prático: tipos de tarefas e técnicas), bem como seu nível de conhecimento esperado dos educandos.

Quadro 1: Grade de Análise

Tarefa: é o “exercício” escolhido.
Técnica: como resolver a tarefa.
Ostensivos manipulados na técnica: conteúdos necessários para resolver a tarefa.
Tecnologia. Não ostensivos manipulados na técnica: conhecimentos necessários.
Nível de conhecimento esperado do estudante.

Fonte: Adaptado de FONSECA, L. 2011, p. 11.

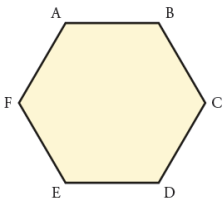
A grade de análise apresentada no quadro 1 foi organizada de modo a facilitar as nossas análises das organizações institucionais presentes nas tarefas referentes à noção de área e perímetro nos Cadernos do Aluno e do Professor. Analisar a vida de um objeto matemático numa instituição, compreender sua significação para essa instituição é identificar a organização matemática que coloca esse objeto em jogo. Nesse paradigma, nós procuraremos estudar a organização matemática relativa aos cálculos de área e perímetro, que é um dos objetos reveladores da praxeologia completa das noções de área e perímetro.

A seguir, apresentaremos as grades de análise para cada tarefa e as observações relevantes de cada uma delas.

Análise das tarefas selecionadas

Selecionamos três tarefas do Caderno do Aluno (7ª série/ 8º ano) referentes à Situação de Aprendizagem de Área e Perímetro de figuras planas. Para mostrarmos como será utilizada essa grade, construímos as tabelas para a aplicação e posterior análise.

TABELA 1: Aplicação de uma grade em uma tarefa usual

Tarefa	<p>Geral: Área de figuras planas.</p> <p>1. Considere o hexágono regular ABCDEF. Com apenas um corte retilíneo, construa um paralelogramo que seja equivalente a ele. Se desejar, com o auxílio de régua e compasso, construa um hexágono regular de papel e encontre um corte que o transforme em um paralelogramo. Depois, desenhe as fases dessa transformação no espaço.</p> 
Técnica	<p>A técnica está associada à construção geométrica de um polígono através de instrumentos como régua e compasso. Além disso, é preciso traçar uma reta para dividir a figura em duas partes iguais e</p>

	montar outro polígono, no caso, um paralelogramo de mesma área.
Ostensivos	Ostensivos escriturais (escritas e formalismos), gráficos (esquema).
Não ostensivos	Conceito de polígono, paralelogramo. Equivalência de polígonos. Identificação da figura geométrica.
Nível esperado de conhecimento	Mobilizável. O aluno deve mobilizar conhecimentos prévios para resolver a tarefa, porém são dadas algumas sugestões para solucionar o problema.

Fonte: Própria Autora com base no Caderno do Aluno, 8º ano, 2014, v. 2, p. 64.

Com base no quadro de análise, as relações institucionais presentes se referem à noção de área por meio de composição e decomposição de uma figura já pronta ou pela construção de outra. A técnica que o aluno deverá utilizar já está descrita no corpo da tarefa e não poderá mudar. Para que o aluno consiga resolver a tarefa com sucesso, é necessário que ele conheça as propriedades do polígono apresentado, como também o significado da palavra equivalência. De acordo com Bosch e Chevallard, o objeto ostensivo nos leva para o não ostensivo, tornando-se, assim, uma dialética.

A tarefa é considerada mobilizável, segundo a classificação de Robert, porque o aluno deverá resolver a tarefa por meio da identificação de um saber que é pedido explicitamente. Nesse caso, é preciso utilizar ferramentas específicas de forma correta, pois o conhecimento mobilizado já deve corresponder a uma determinada organização.

O Caderno do Professor apresenta a solução esperada seguida de alguns comentários. Resposta esperada de acordo com o Caderno do Professor:

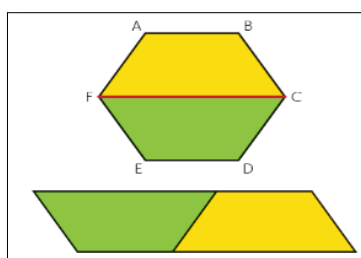


Figura 4: Paralelogramo

Fonte: Caderno do Professor (8º ano), 2010, v. 2, p. 72.

As orientações indicadas no Caderno do Professor têm por objetivo elevar a qualidade da aprendizagem do aluno. Se o aluno não conseguir desenvolver a tarefa, deverá ser orientado da seguinte forma: “Cortar o hexágono pela diagonal CF, para

obter dois trapézios isósceles”. Coincidir os lados CF com AF para formar o paralelogramo. Sugerir ao aluno provar que não há excessos nem espaços vazios nesse encaixe. Um argumento válido é que os dois trapézios possuem a mesma altura e que os ângulos formados no encaixe são suplementares.

Vale a pena ressaltar que o professor deverá acrescentar informações de acordo com a necessidade de seus alunos.

TABELA 2: Aplicação da grade em uma tarefa. (Caderno do Aluno, 8º ano, 2010, v. 2, p.65).

Tarefa	<p>Geral: Área e perímetro de figuras planas.</p> <p>2. Dois retângulos são equivalentes. No primeiro, a base mede 125 cm e a altura, 80 cm. No segundo, a base mede 50 cm e a altura não é conhecida.</p> <p>a) Descreva uma forma para encontrar a altura do segundo retângulo e determine seu valor.</p> <p>b) Compare o perímetro dos dois retângulos. O que você observa?</p>
Técnica	<p>A técnica está associada à utilização de fórmulas para o cálculo das áreas e perímetros.</p> <p>Nesta tarefa, não é necessária a técnica de decomposição e composição da figura. Análise e comparação de resultados.</p>
Ostensivos	Ostensivos escriturais (escritas e formalismos), discursivo.
Não ostensivos	Conceito de área e perímetro. Equivalência de polígonos.
Nível esperado de conhecimento	<p>Mobilizável.</p> <p>O aluno pode mobilizar conhecimentos prévios para resolver a tarefa, porém está explícito o que ele deve encontrar.</p>

Fonte: Própria Autora com base no Caderno do Aluno, 8º ano, 2010, v. 2, p.65.

O Caderno do Professor traz como resposta esperada do aluno:

a) Descreva uma forma de encontrar a altura do segundo retângulo e determine seu valor.

Como os retângulos são equivalentes, eles possuem a mesma área, que, nesse caso, é o produto da base pela altura. Dividindo-se essa área pela medida da base do segundo, encontramos a altura pedida. Denominando a altura desconhecida por **h**, temos:

$$A = 125 \cdot 80 = 10000 \text{ cm}^2, \text{ logo } 50 \cdot h = 10000$$

Portanto: $h = 200 \text{ cm}$.

Figura 5: Resposta do Caderno do Professor para o item “a”

Fonte: Caderno do Professor (8º ano), 2014, v. 2, p. 73.

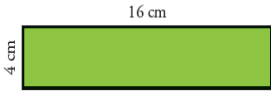
b) Compare o perímetro dos dois retângulos. O que você observa?

O perímetro do primeiro será 410 cm, enquanto o do segundo será 500 cm. Observa-se que, embora eles tenham a mesma área, seus perímetros são diferentes.

Figura 6: Resposta do Caderno do Professor para o item “b”
 Fonte: Caderno do Professor (8º ano), 2014, v. 2, p. 73.

Espera-se que o aluno calcule e compare os resultados para perceber que mesma área nem sempre implica mesmo perímetro.

TABELA 3: Aplicação da grade em uma tarefa

Tarefa	<p>Geral: Área e perímetro de figuras planas.</p> <p>3. Um retângulo tem base de 16 cm e altura de 4 cm. Encontre as medidas de um retângulo equivalente a este que possua o menor perímetro possível.</p> 
Técnica	<p>A técnica está associada à utilização de fórmulas para o cálculo das áreas e perímetros.</p> <p>Nesta tarefa, o aluno pode construir uma tabela para conseguir encontrar o menor perímetro.</p>
Ostensivos	<p>Ostensivos escriturais (escritas e formalismos), discursivo, gráfico (esquema).</p>
Não ostensivos	<p>Conceito de área e perímetro. Equivalência de polígonos.</p>
Nível esperado de conhecimento	<p>Técnico.</p> <p>O aluno deve aplicar a fórmula para resolver a atividade.</p>

Fonte: Própria Autora com base no Caderno do Aluno, 8º ano, 2014, v. 2, p. 65.

Observando as orientações no Caderno do Professor (2014, p. 73), é sugerido fazer primeiro o cálculo da área do retângulo através da fórmula, para poder calcular os perímetros e decidir qual será o menor. Esta tarefa alerta o professor para reforçar que um quadrado também é um retângulo. Consideramos que a tarefa está no nível técnico,

pois é uma questão de aplicação de fórmulas, não exigindo outras ferramentas complementares para resolvê-la.

O nível disponível não apareceu em nenhuma das nossas tabelas, pois não encontramos tarefas que contemplassem esse nível no Caderno do Aluno, referentes à Situação de Aprendizagem relativa à área e perímetro de figuras planas. Todas as outras atividades tinham como recurso a aplicação direta de fórmulas ou a escrita de uma expressão algébrica para representar a área ou o perímetro solicitado.

Considerações finais

Esta pesquisa objetivou identificar as organizações praxeológicas existentes para o desenvolvimento das noções de área e perímetro no processo de ensino e aprendizagem desses conceitos nos anos finais do Ensino Fundamental das escolas públicas do Estado de São Paulo, de forma a levantar quais conhecimentos associados a esse conteúdo podem ser considerados como conhecimentos prévios disponíveis ao final do Ensino Fundamental.

Percebemos nessa amostra de três tarefas que os objetos não ostensivos presentes em cada uma delas requerem conhecimentos conceituais anteriores dos alunos. Se esses conhecimentos não estiverem bem definidos, os alunos poderão apresentar muita dificuldade em resolvê-las.

Das três atividades, duas delas utilizaram o conhecimento da fórmula matemática para o cálculo de área e perímetro. Segundo Baltar e Figueiredo (2010), as fórmulas têm um papel importante na resolução de problemas matemáticos, mas, para que cumpram esse papel a contento, é preciso que os alunos sejam capazes de utilizá-las com compreensão, ou seja, sem confundir a aplicação de cada uma e entender a relação complexa existente entre comprimento e área.

Segundo Robert (1998), os alunos devem perpassar pelos três níveis de aprendizagem (técnico, mobilizável e disponível) para que a aprendizagem seja completa. Porém, percebemos que não há tarefas do nível disponível nesse tópico de área e perímetro de figuras planas, cabendo ao professor elaborar tarefas que explorem o nível disponível.

No Caderno do Professor, são dadas algumas sugestões interessantes para trabalhar as tarefas, porém, deve atentar às particularidades de seus alunos, ou seja, o professor pode e deve explorar a tarefa de forma a enriquecer o conhecimento do aluno.

Os conceitos não são dados para o professor, pois supõe-se que ele já saiba ou deverá pesquisar em outros volumes.

Observamos que as tecnologias e teorias utilizadas nas técnicas habitualmente desenvolvidas no Ensino Fundamental dependem da forma como os conhecimentos prévios são considerados, isto é, no caso dos conhecimentos mobilizáveis, cabe ao professor evocá-los entender o discurso tecnológico para melhor descrever, explicar, justificar e controlar o trabalho matemático que está sendo realizado. Quando esses mesmos conhecimentos são disponíveis, podem ser utilizados imediatamente a uma simples evocação oral, não necessitando de uma explicação do trabalho que está sendo realizado.

Certamente, as tecnologias dos ostensivos e não ostensivos, respectivamente manipulados e evocados durante o desenvolvimento da técnica, orientam como a escolha dos objetos matemáticos deve ser empregada.

Além disso, as contribuições da Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1992), Bosch e Chevallard (1999), Robert (1998), bem como Baltar e Figueiredo (2010), permitiram concluir que é necessária uma análise praxeológica das tarefas, verificando também seu nível de conhecimento esperado. A utilização dos Cadernos não exige o uso de outros materiais de apoio e da articulação de conhecimentos prévios supostos disponíveis em situações de aprendizagem, como propõem os documentos oficiais.

Dessa forma, esperamos que os leitores deste trabalho se aventurem a analisar as tarefas antes de aplicar aos seus alunos, de forma a explorar de forma correta os conceitos de área e perímetro, e que, com isso, futuramente, consigamos reverter os resultados insatisfatórios referentes a esse conteúdo matemático.

Referências

BALTAR, P.M.; LIMA, P. F. **Coleção Explorando o Ensino: Matemática**. Brasília, SEB, 2010.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs**. In: Recherche em Didactique des Mathématiques (RDM). Grenoble/ França: La Pensée Sauvage, n° 19.01, 1999.

CHEVALLARD, Y. **Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique**. In: Recherches em Didactique des Mathématiques (RDM). Grenoble/ França: La Pensée Sauvage, v. 12/1, 1992.

_____. **Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique**, 1994.
Disponível em:

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=125. Acesso em 25/02/2014.

FONSECA, L. **Relações Institucionais: a noção de seno e cosseno na Educação Básica**. In: Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade. Sergipe, 2011.

ROBERT, A. **Quelques outils d`analyse épistemologique et didactique de cannaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l`université**. In: Actes de la IX école d`ete de didactique dès mathématiques. Houlgate/ França, 1998.

_____. **Outils d`analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l`université**. In: Recherches em Didactique des Mathématiques (RDM). Grenoble/ França: la Pensée Sauvage, v. 18/2, 1998.

SÃO PAULO. Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Currículo de Matemática e suas Tecnologias do Estado de São Paulo**. São Paulo: SEE/ CENP, 2013.

_____. Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Caderno do Professor e Caderno do Aluno de Matemática**. São Paulo: SEE/CENP, 2014.