

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES DE VÁRIAS SENTENÇAS

G5 – Ensino e Aprendizagem de Matemática

Ricardo Gonçalves (MP) – ri_gaia@hotmail.com

Norma Suely Gomes Allevato – normallev@gmail.com – UNICSUL

Resumo

O presente trabalho refere-se a uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento, que busca analisar o ensino e aprendizagem de funções de várias sentenças através da resolução de problemas e, a partir disso, construir uma proposta de atividades que vai ao encontro dessa metodologia de ensino. Nesta pesquisa, envolvemos alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular localizada na cidade de Ourinhos/SP. Buscando promover a aprendizagem das funções de várias sentenças com a metodologia de resolução de problemas, desenvolvemos e aplicamos uma proposta didática com base em problemas adaptados de exercícios de livros didáticos aprovados no PNLEM de 2009 até 2014 e do livro Matemática no Ensino Fundamental de Van de Walle, (2009) que aborda como tema principal a resolução de problemas em sala de aula. Essa proposta didática foi aplicada seguindo orientações que contemplam o trabalho através da resolução de problemas. A partir da aplicação da proposta, aliada as orientações de documentos oficiais e os fundamentos da metodologia de resolução de problemas, pretendemos responder a seguinte questão norteadora da pesquisa: Como se realiza a aprendizagem sobre funções de várias sentenças através da resolução de problemas? Mediante a questão da pesquisa, temos como objetivo principal analisar e verificar quais contribuições para a aprendizagem essa metodologia de ensino promove frente aos problemas envolvendo funções de várias sentenças.

Palavras-chave: Educação Matemática, Resolução de Problemas, Ensino e Aprendizagem. Funções de Várias Sentenças, Proposta Didática.

Introdução

A escolha por trabalhar com resolução de problemas no ensino e aprendizagem de funções de várias sentenças surge da minha trajetória profissional e acadêmica. Desde o final da minha graduação, em 2005, tenho interesse em analisar e compreender como a resolução de problemas pode potencializar e ampliar o conhecimento matemático dos alunos.

Foi durante um curso de especialização em Educação Matemática e atuando como professor dos ensinos Fundamental e Médio que pude aplicar algumas metodologias de ensino e aprendizagem mais atuais como, por exemplo, a modelagem matemática e a resolução de problemas. Penso que essa segunda metodologia é interessante, pois, dentre vários fatores, promove um ambiente colaborativo

fortalecendo o conhecimento matemático e enriquecendo a dinâmica das aulas despertando nos alunos a vontade de resolver problemas de fato.

Como aluno de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, foi possível desenvolver um trabalho sobre resolução de problemas buscando analisar e refletir com mais profundidade sobre essa metodologia de ensino e aprendizagem.

Percebo, nos documentos oficiais e nos trabalhos relacionados à Educação Matemática (OLIVEIRA, 1997), uma grande preocupação acerca do tema funções, certamente pela importância que tal conteúdo exerce, tanto na Matemática como em outras áreas do conhecimento, tais como a Química, a Física e a Biologia. Vários educadores e pesquisadores têm voltado seus olhares à busca de promover diferentes propostas de ensino e aprendizagem das funções, seja ela a função afim, quadrática, exponencial, logarítmica, etc.

Diante desse panorama e percebendo a importância do trabalho com funções, acreditamos que a resolução de problemas como metodologia de ensino pode se constituir numa possibilidade para o ensino e aprendizagem das funções de várias sentenças, e nos propomos a desenvolver uma pesquisa norteadada pela seguinte questão de pesquisa: Como se realiza a aprendizagem sobre funções de várias sentenças através da resolução de problemas?

Frente a essa questão de pesquisa, desenvolvemos alguns problemas que foram trabalhados no 2º ano do Ensino Médio, com quinze alunos de um colégio particular da cidade de Ourinhos/SP. Realizamos cinco encontros com aproximadamente duas horas e trinta minutos cada encontro. Durante todos os encontros praticamos a metodologia de ensino através da resolução de problemas.

Inicialmente, os alunos tentavam resolver os problemas individualmente e sem o auxílio do professor; após essa dinâmica, eles se organizavam em grupos com dois ou três alunos para resolver o mesmo problema, agora com o auxílio do professor e seguindo as etapas para o trabalho com resolução de problemas, que apresentaremos com mais detalhes na próxima seção. Desse modo, o presente artigo pretende analisar alguns dados, mostrando como essa forma de trabalho em sala de aula pode promover a aprendizagem desses alunos sobre funções de várias sentenças.

Resolução de Problemas

Segundo os documentos oficiais como, por exemplo, os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) e as pesquisas em Educação Matemática, o

ensino e aprendizagem da Matemática vem se modificando nas últimas décadas, minimizando as atividades de repetição e reconhecimento para dar lugar a novas tendências de ensino e aprendizagem matemática.

Os PCN (BRASIL, 1999) propõem que a Matemática seja abordada de várias maneiras, possibilitando ao aluno pensar matematicamente, levantar ideias, estabelecer relações e conexões entre os temas matemáticos ou fora da Matemática, bem como desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e, até mesmo, propor novos problemas.

Além dos documentos oficiais, contamos com as pesquisas na área da Educação Matemática, que nos últimos anos vêm se consolidando como um campo relevante e importante para aprofundar concepções sobre ensinar, aprender e avaliar, e para compreender como se dá o pensamento matemático no ambiente escolar e fora dele.

Nessa perspectiva, escolhemos a resolução de problemas como metodologia de ensino para ser desenvolvida com os alunos e, a partir daí, construir uma proposta de ensino sobre o conteúdo de funções de várias sentenças.

A resolução de problemas, segundo Van de Walle (2009), deve ser vista como uma ferramenta que se inicia a partir dos conhecimentos prévios e das dificuldades dos alunos, identificadas pelo professor. Sendo assim, cabe ao professor formular problemas para a aprendizagem significativa, criando um ambiente motivador e estimulante. Vale ressaltar que tal metodologia deve ser mantida como prática constante em sala de aula. Segundo o autor, deve-se tomar cuidado quanto à escolha do problema; um bom problema deve ser desafiador e sua resolução não deve ser conhecida a priori ou memorizada previamente pelos alunos.

O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção do conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência do seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está acontecendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011, p.81).

Buscando realizar um trabalho através da resolução de problemas, Allevato e Onuchic (2011) sugerem nove etapas para o desenvolvimento dessa metodologia:

- 1) Preparação do problema – O professor seleciona ou elabora um problema, ou aceita um problema proposto por um aluno (problema gerador), visando à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento.[...].
- 2) Leitura individual - Cada aluno faz sua leitura do problema. A ação, nessa etapa, é do aluno; ao ler individualmente, tem possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto.

- 3) Leitura em conjunto – Os alunos reúnem-se em pequenos grupos e fazem nova leitura e discussão do problema. O professor pode ajudar na compreensão do problema pelos grupos. Aqui também as ações são realizadas, essencialmente, pelos alunos que, nessa fase, exercitam a expressão de ideias, para o que necessitarão utilizar e aprimorar a linguagem, a fim de expressar-se com clareza e coerência e fazer-se entender.
- 4) Resolução do problema – Os alunos, em seus grupos, tentam resolver o problema. Esse problema (gerador) é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos à construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. Agora a ação dos alunos volta-se à expressão escrita. Resolvendo o problema, precisarão da linguagem matemática. Se não a dominarem, devem registrar a resolução empregando outros recursos de que dispõem ou que dominam: linguagem corrente, desenhos, gráficos, tabelas ou esquemas. [...].
- 5) Observação e incentivo – O professor age, enquanto isso, como mediador. Observa o trabalho realizado nos grupos, incentiva os alunos a utilizar seus conhecimentos prévios e as técnicas operatórias já conhecidas, incentiva a troca de ideias entre eles e auxilia em suas dificuldades com problemas secundários, sem fornecer respostas prontas [...].
- 6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos registram na lousa suas resoluções (certas, erradas ou feitas por diferentes processos). É o momento de compartilhar e uma oportunidade importante para aprimorar a apresentação (escrita) da resolução para mostrar aos colegas.
- 7) Plenária e 8) Busca do consenso – Todos os alunos, com respeito, observam, comparam e discutem as diferentes resoluções apresentadas pelos colegas, defendem seus pontos de vista e esclarecem dúvidas. O professor será o guia e o mediador das discussões. A classe chega a um consenso sobre o resultado correto [...].
- 9) Formalização do conteúdo – O professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática –, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos matemáticos construídos pela resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades relativas ao conteúdo. Essa etapa final tem o professor como centro das atenções; [...]. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011, p.73)

Essas nove etapas buscam subsidiar os envolvidos no trabalho com a resolução de problemas, pois orienta o professor a desenvolver atividades que possam potencializar a aprendizagem de conteúdos matemáticos, bem como promover uma aprendizagem mais significativa (AUSUBEL apud MOREIRA, 2011) em um ambiente colaborativo e reflexivo. Vale ressaltar que, na realidade, na perspectiva de realizar um trabalho através da resolução de problemas, as ações do professor mediador estão presentes em todas as etapas do processo, embora se faça mais presente na etapa cinco.

Metodologia da Pesquisa

A metodologia de pesquisa adotada nesse trabalho tem abordagem qualitativa. Mantivemos um contato direto com um grupo pesquisado realizando cinco encontros com quinze alunos durante um período de dois meses divididos em cinco encontros de duas horas e trinta minutos cada. Os dados coletados foram gravados em áudio e vídeo, fotografados, documentados, e as descrições das atividades foram registradas em diário

de campo. Para Fiorentini e Lorenzato (2012), o diário é um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo. É nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas, cenários e episódios, e, até transcrições de alguns diálogos.

Procuramos observar como os alunos desenvolveram as atividades, os procedimentos para a resolução dos problemas, os questionamentos e as interações entre eles. Nessa perspectiva, buscamos capturar como os participantes enfrentavam e tentavam resolver os problemas com seus conhecimentos prévios, bem como sua evolução quando submetidos à metodologia de ensino através da resolução de problemas.

Como o pesquisador participou intervindo na pesquisa, podemos entender que se trata de uma observação participante. Essa é uma estratégia que, segundo Lüdke e André (1986), não se trata apenas de uma observação direta, mas de todo conjunto de técnicas metodológicas pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada.

Também adotamos a análise documental na intenção de verificar alguns elementos importantes referente ao trabalho realizado. Para Helder apud Corsetti (2006), análise documental é uma tarefa realizada em documentos originais escritos que ainda não receberam tratamento analítico por nenhum autor. Os principais acervos utilizados nesse tipo de análise são “documentos legais (sobretudo a legislação), os diferentes materiais escolares (cadernos e livros escolares), registros de professores e alunos, enfim, toda documentação que permita recuperar as práticas pedagógicas e a formação do professor” (CORSETTI, 2006, p. 33). No caso da nossa pesquisa os documentos são as resoluções escritas dos problemas, realizada pelos alunos.

Relato e análise de uma aula

Dentro da perspectiva de resolução de problemas, adaptamos cinco problemas para serem trabalhados, um em cada encontro, perfazendo cinco encontros. Além desses, os alunos resolveram, fora da sala de aula, mais quatro problemas. Todo material produzido pelos alunos foi recolhido.

Descreveremos neste trabalho o problema abordado no primeiro encontro, denominado Problema 01. Esse problema foi adaptado do livro Matemática Completa, 1ª série, de Giovanni e Bonjorno (2005), aprovado no PNL D de 2009 a 2011. A partir do contexto de uma função com três sentenças, elaboramos algumas questões que

contemplassem a proposta de ensino e aprendizagem de funções segundo os documentos oficiais e a metodologia de ensino e aprendizagem através da resolução de problemas. Desse modo, nos cinco problemas desenvolvidos na pesquisa adotamos as nove etapas recomendadas por Allevato e Onuchic (2009) para o trabalho com resolução de problemas.

Buscaremos nesta seção descrever como se deu a dinâmica da aula, apresentando o problema, a resolução de alguns alunos e as reflexões sobre esse encontro.

Problema 01: É um fato conhecido que, qualquer que seja a substância, a sua temperatura permanece constante durante a fusão. No processo de aquecimento de certa substância, sua temperatura T (em °C) variou com o tempo t (em minutos) de acordo com a seguinte lei:

$$T(t) = \begin{cases} 20 + 5t, & \text{se } 0 \leq t \leq 30 \\ 170, & \text{se } 30 \leq t \leq 50 \\ 20 + 3t, & \text{se } t \geq 50 \end{cases}$$

- a) Esboce o gráfico de T como função de t .
- b) Qual é a temperatura da substância no início do processo? Explique como você encontrou essa resposta.
- c) Qual é a temperatura da substância decorridas 3 horas do início do processo?
- d) Sabendo-se que houve fusão da substância, em qual intervalo de tempo ela ocorreu? Justifique sua resposta.
- e) Em que intervalo de tempo houve a maior variação da temperatura por minuto? Explique sua resposta.
- f) Qual o domínio da função $T(t)$?
- g) O que você entende sobre o significado da terceira sentença que compõe essa função? Explique.

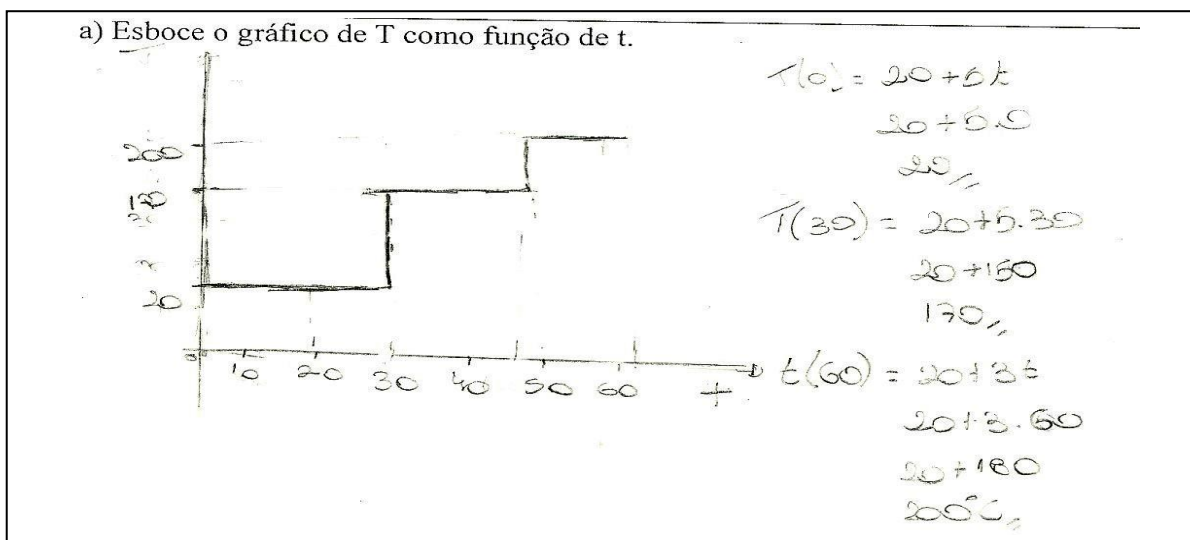
Esse foi o primeiro problema apresentado para os alunos entre os cinco problemas que iríamos trabalhar em sala de aula como fonte de dados. Nesse primeiro encontro foram apresentadas aos alunos algumas ideias sobre a resolução de problemas e como iria ocorrer a dinâmica em sala de aula, bem como os registros dos acontecimentos e das interações entre os alunos, o professor e do problema trabalhado.

Entre todas as resoluções desenvolvidas pelos alunos, escolhemos algumas que vamos analisar nesta seção. Aquelas que apresentam elementos interessantes relacionados à implementação da metodologia através da resolução de problemas, e que nos ajudam a encontrar respostas à nossa questão de pesquisa, analisando o trabalho colaborativo e as reflexões dos alunos promovidas a partir dos trabalhos individuais e em grupo.

Na segunda etapa da aula, os alunos realizaram a leitura individual do problema e tentaram resolver as seis questões propostas.

A resolução apresentada abaixo foi desenvolvida na etapa do trabalho individual, em que o aluno resolveu os exercícios sem interação com o professor, ou seja, utilizou de seus conhecimentos prévios para responder as perguntas.

Figura 01 – Resolução individual para o item (a)



Fonte: Resolução do aluno

Podemos perceber que o aluno não compreendeu qual era o comportamento de duas das três sentenças apresentadas no problema como expressão da função. Segundo o gráfico, o aluno compreendeu corretamente apenas a sentença $T(t) = 170$, construindo uma reta paralela ao eixo das abscissas no intervalo do domínio de 30 a 50 minutos, mostrando que nesse intervalo de tempo a função é constante. No entanto, as outras duas sentenças $T(t) = 20 + 5t$ e $T(t) = 20 + 3t$, que representam uma função afim, o aluno também representou como se fosse uma função constante.

Além dessa resolução, iremos analisar mais duas resoluções desenvolvidas individualmente pelos alunos e sem interação com o professor.

Figura 02 – Resolução individual para o item (b)

b) Qual é a temperatura da substância no início do processo? Explique como você encontrou essa resposta.

$$20 + 5t = 0$$
$$20 = 5t$$
$$\frac{20}{5} = t$$
$$t = 4$$

A temperatura é de 4°C , cheguei a esse resultado devido ao cálculo.

Fonte: Resolução do aluno

Nesse item, o aluno não interpreta corretamente a pergunta do problema. Quando perguntado qual a temperatura no início do processo, o aluno deveria substituir o valor de t por zero a fim de determinar o valor da temperatura no instante inicial, isto é, quando o tempo t for igual a zero; ou seja, deveria calcular $T(0)$. No entanto, o aluno substituiu o valor da imagem $T(t)$ por zero, determinando o valor numérico do tempo igual a quatro, ou seja, o aluno determinou o zero da função, correspondente ao tempo em que a temperatura seria zero, o que não ocorreu nessa função.

Outro fato que aconteceu nessa resolução é a falta de compreensão do princípio aditivo. Esse fato acontece quando o aluno “coloca” o termo $5t$ no segundo membro sem considerar a operação inversa, que levaria a $-5t$.

Ainda na resolução individual encontramos a seguinte resolução:

Figura 03 – Resolução individual do item (c)

c) Qual é a temperatura da substância decorridas 3 horas do início do processo? Explique como você encontrou essa resposta.

$$T(t) = 20 + 3t$$
$$T(3) = 20 + 3 \cdot 3$$
$$T(3) = 29^{\circ}\text{C}$$

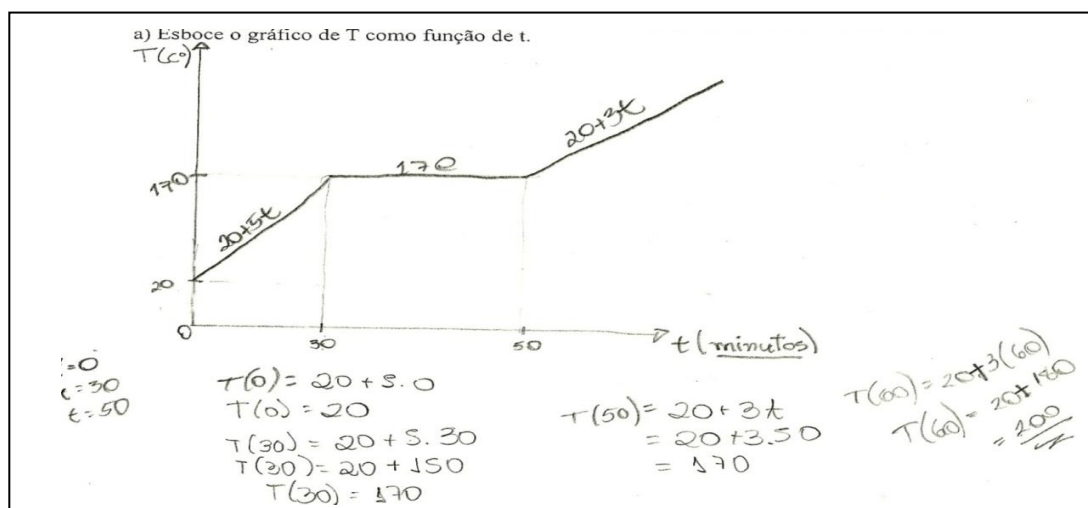
Fonte: Resolução do aluno

Vimos que nessa resolução o aluno substituiu o valor do tempo na sentença correta, porém, não lembrou que a unidade de tempo para a variável t nesse problema é minuto e não hora.

Assim, observamos que as resoluções desenvolvidas individualmente permitiram evidenciar elementos sinalizadores da necessidade de melhorar a compreensão matemática e reflexão do problema proposto, especialmente quanto à interpretação do problema, às unidades de medida e a alguns cálculos matemáticos. Esse fato ocorre de maneira distinta quando a resolução do mesmo problema foi, em seguida, desenvolvida em grupos de três alunos e o professor como mediador, estimulando as discussões entre os alunos, mas sem fornecer respostas “prontas”. Nesse outro momento, os grupos (3 alunos) tiveram a oportunidade de lidar com o mesmo problema, porém com o estímulo e algumas dicas fornecidas pelo professor e com uma interação constante entre eles.

Então, vamos apresentar e analisar alguns itens das resoluções desenvolvidas nesse ambiente mais colaborativo, dentro da proposta de ensino e aprendizagem através da resolução de problemas. Apresentamos a seguir a resolução de um grupo:

Figura 04 – Resolução em grupo do item (a)



Fonte: Resolução do aluno

Nessa resolução podemos perceber que o grupo compreendeu e construiu corretamente o gráfico da função com três sentenças. Apresentou, em cada intervalo do domínio, a reta correspondente para aquele intervalo do gráfico, bem como a sentença correta. Também atribuiu alguns valores para o tempo calculando o valor correspondente à temperatura e, assim, localizando os pontos no plano cartesiano. Ou seja, o trabalho colaborativo possibilitou uma notória evolução na compreensão do problema e dos conceitos matemáticos envolvidos

Buscando observar como a resolução de problemas pode ser desenvolvida no ensino e aprendizagem das funções de várias sentenças, temos, no item b a seguir, um

recorte bastante interessante que indicou um grande número de acerto dos grupos, o que não ocorreu no trabalho individual.

Figura 05 – Resolução em grupo do item (b)

b) Qual é a temperatura da substância no início do processo? Explique como você encontrou essa resposta.

20°C, pois quando $t=0$. Usa-se a expressão
 $T(t)=20+5t$, onde $T(0)=20+5.0=20$.

Fonte: Resolução do aluno

A partir dessa resolução podemos perceber que o grupo utilizou a sentença adequada para calcular o valor solicitado, dentre as três sentenças que compõe a função; bem como, fez a relação correta entre os valores do domínio e da imagem da sentença que compõe a função $T(t)$. Essa resposta traz a ideia de que o grupo interpretou corretamente a função e foi capaz de validar uma situação recorrendo ao modelo da função.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999), entre as competências e habilidades a serem desenvolvidas na Matemática, podemos destacar a discussão de ideias e a produção de argumentos convincentes. Ressaltamos que essas habilidades se tornam potencialmente possíveis, particularmente, no trabalho em grupo. Nessa perspectiva, encontramos na resolução de um dos grupos a seguinte resposta:

Figura 06: Resolução em grupo do item (d)

d) Sabendo-se que houve fusão da substância, em qual intervalo de tempo ela ocorreu? Justifique sua resposta.

Ela ocorre dos 30 aos 50 minutos do início do processo, conseguimos observar isso pois nesse intervalo de tempo que a temperatura fica constante.

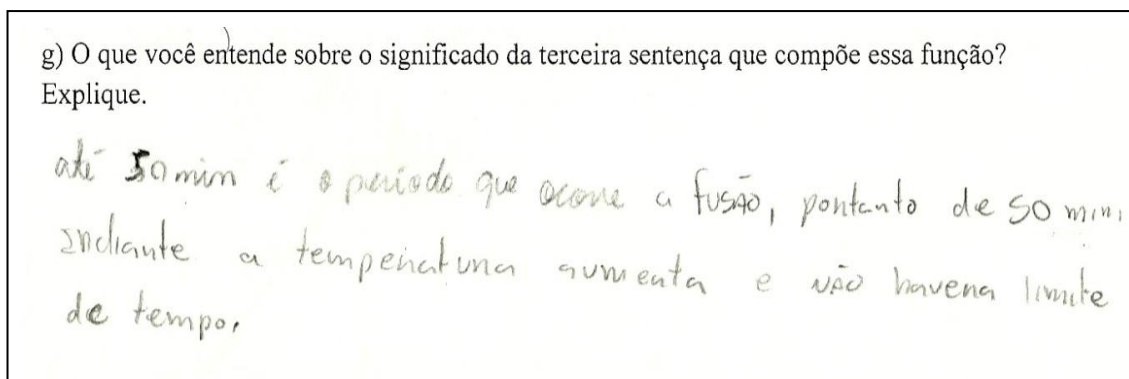
Fonte: Resolução do aluno

Com base nessa resposta é possível perceber que o grupo leu atentamente o enunciado do problema, bem como compreendeu corretamente qual sentença que representa o ponto de fusão da substância. O grupo também poderia mobilizar outros

conhecimentos ligados a outras disciplinas do currículo escolar, com, por exemplo, a Química.

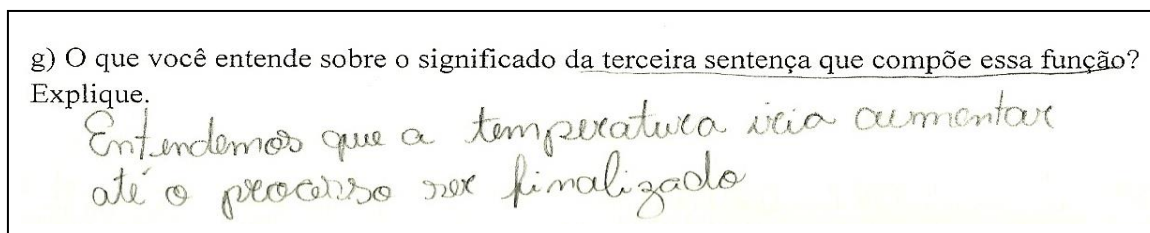
Buscando incentivar a interpretação quanto ao resultado apresentado, colocamos e seguinte questão: O que você entende sobre o significado da terceira sentença que compõe essa função? Explique.

Figura 07 – Resolução em grupo do item (g)



Fonte: Resolução do aluno

Figura 08 – Resolução em grupo do item (g)



Fonte: Resolução do aluno

Com base nas duas resoluções apresentadas podemos perceber que os grupos interpretaram corretamente o fenômeno que ocorre na terceira sentença quando o tempo é maior ou igual a 50 minutos.

Foi possível perceber, também pela análise documental, que as atividades desenvolvidas em grupo de três alunos tiveram um efeito mais significativo do que as atividades individuais; aliado a isso, o professor pesquisador assumiu um papel de mediador do conhecimento auxiliando, e questionando os grupos durante a resolução dos problemas.

Considerações Finais

Percebemos que o trabalho com resolução de problemas é uma metodologia que pode contribuir para melhorar as atividades de ensino e aprendizagem da Matemática,

sobretudo, quando desenvolvida seguindo orientações de ensino através da resolução de problemas. No entanto, essa metodologia não deve ser entendida como única ferramenta eficaz.

É preciso diversificar o modo de ensinar e aprender Matemática, possivelmente até mantendo algumas atividades de caráter mais tradicional, que também contribuem para o desenvolvimento e a compreensão de conteúdos matemáticos, uma vez que os alunos já estavam habituados a ele. Nessa perspectiva, o professor deve lançar mão de diferentes recursos metodológicos, seja a resolução de problemas, a modelagem matemática ou uma aula expositiva.

Mas percebemos que a resolução de problemas precisa ir além das atividades individuais, buscando promover, dentre outros aspectos, um ambiente de grande interação entre alunos e professores, para que as resoluções desenvolvidas pelos estudantes sejam analisadas e refletidas em um ambiente colaborativo em que o aluno fica a vontade para expor suas ideias e compreender alguns fenômenos e resoluções de outros grupos de alunos ou do próprio professor.

Referências

ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. Rio Claro, n. 41, p. 73-98, dez 2011.

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília, MEC, 1999.

CORSETTI, B. **A análise documental no contexto da metodologia qualitativa**: uma abordagem a partir da experiência de pesquisa do programa de pós graduação em educação da UNISINOS. **UNIREVISTA**, v.1, n.1, p. 32-46, 2006.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Autores Associados: Campinas/ SP. 2012.

GIOVANNI, J. G; BONJORNO, J. R. **Matemática Completa** 1ª série. 2.ed. São Paulo: FTD, 2005.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MOREIRA. M. A. **Teorias de Aprendizagem**. 2.ed. São Paulo: EPU, 2011.

OLIVEIRA, N. **Conceito de Função**: Uma Abordagem do Processo Ensino-Aprendizagem. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC-SP, 1997.

VAN DE WALLE, J A. **Matemática no ensino fundamental**. Formação de professores e aplicações em sala de aula. Trad. Paulo Henrique Colonese 6 .ed. Porto Alegre: Artimed, 2009.